

## The Mechanics of Vacillation

EDWARD N. LORENZ

*Massachusetts Institute of Technology*<sup>1,2</sup>

(Manuscript received 3 June 1963)

Por Elen Daiane Pelissaro

# ESTRUTURA DA APRESENTAÇÃO

- ▶ Regimes de fluxo
- ▶ Forma espectral do modelo de duas camadas
- ▶ Equações do modelo específico
- ▶ Soluções analíticas
- ▶ Soluções numéricas
- ▶ Vacilação assimétrica e simétrica
- ▶ Considerações finais

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ A atmosfera é irregular - repetições exatas, que seriam perfeitas de prever, não existem;

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ A atmosfera é irregular - repetições exatas, que seriam perfeitas de prever, não existem;
- ▶ Existe outros componentes periódicos na atmosfera além do ciclo diurno e anual? Se sim, estão muito bem escondidos;

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ A atmosfera é irregular - repetições exatas, que seriam perfeitas de prever, não existem;
- ▶ Existe outros componentes periódicos na atmosfera além do ciclo diurno e anual? Se sim, estão muito bem escondidos;
- ▶ Alguns experimentos foram feitos em laboratórios para representar como os fluxos atmosféricos variam devido a forçante térmica, sem sucesso - Fultz et al. (1959);

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ A atmosfera é irregular - repetições exatas, que seriam perfeitas de prever, não existem;
- ▶ Existe outros componentes periódicos na atmosfera além do ciclo diurno e anual? Se sim, estão muito bem escondidos;
- ▶ Alguns experimentos foram feitos em laboratórios para representar como os fluxos atmosféricos variam devido a forçante térmica, sem sucesso - Fultz et al. (1959);
- ▶ Hide (1953), estudando o fluxo em uma região anular profunda, obteve ondas que sofreram mudanças periódicas regulares em sua forma, além de sua progressão. Ele chamou esse fenômeno de **vacilação**;

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ A atmosfera é irregular - repetições exatas, que seriam perfeitas de prever, não existem;
- ▶ Existe outros componentes periódicos na atmosfera além do ciclo diurno e anual? Se sim, estão muito bem escondidos;
- ▶ Alguns experimentos foram feitos em laboratórios para representar como os fluxos atmosféricos variam devido a forçante térmica, sem sucesso - Fultz et al. (1959);
- ▶ Hide (1953), estudando o fluxo em uma região anular profunda, obteve ondas que sofreram mudanças periódicas regulares em sua forma, além de sua progressão. Ele chamou esse fenômeno de **vacilação**;
- ▶ Um fluxo vacilante tem 2 graus de liberdade: a longitude da onda e a fase do ciclo de vacilação. A atmosfera tem muitos outros;

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ Os experimentos e a atmosfera exibem pelo menos 4 regimes distintos de fluxo:
  - ▶ Regime simétrico estável (R0 - fluxo é circularmente simétrico e estável) :
  - ▶ Regime de onda constante (R1 - ondas progridem uniformemente sem alterar sua forma)
  - ▶ Regime de onda vacilante (R2 - ondas sofrem mudanças periódicas e progressivas)
  - ▶ Regime de onda irregular (R3+ - ondas variam não periodicamente)
- Circulação de/Regime Hadley
- Circulação de/Regime Rossby
- ▶ **R1 → Regime constante de Rossby.** Suas ondas serão chamadas de **Ondas constantes** (pois elas parecem constantes em um sistema de coordenadas em movimento adequado);

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ Pode-se tentar explicar a ocorrência de vacilação e de regimes com três ou mais graus de liberdade.

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ Pode-se tentar explicar a ocorrência de vacilação e de regimes com três ou mais graus de liberdade.
- ▶ **Hipótese:** quando o regime Hadley é instável, pelo menos um regime Rossby é matematicamente possível. Além disso, quando um regime Hadley e todos os regimes Rossby são estáveis, pelo menos um regime Rossby vacilante (R2) é matematicamente possível.

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ Pode-se tentar explicar a ocorrência de vacilação e de regimes com três ou mais graus de liberdade.
- ▶ **Hipótese:** quando o regime Hadley é instável, pelo menos um regime Rossby é matematicamente possível. Além disso, quando um regime Hadley e todos os regimes Rossby são estáveis, pelo menos um regime Rossby vacilante (R2) é matematicamente possível.
- ▶ A vacilação pode ser possível mesmo quando um regime Rossby é estável, desde que o critério para o desenvolvimento de um segundo grau de liberdade seja diferente do critério para o desaparecimento de um segundo grau de liberdade já estabelecido.

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ Será tentado provar as hipóteses com um modelo dinâmico simples, onde a dimensão vertical é representada por duas camadas;

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ Será tentado provar as hipóteses com um modelo dinâmico simples, onde a dimensão vertical é representada por duas camadas;
- ▶ O fluxo consiste em um fluxo zonal, representado por duas variáveis. O campo de temperatura é identificado com o cisalhamento vertical do vento através da equação do vento térmico;

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ Será tentado provar as hipóteses com um modelo dinâmico simples, onde a dimensão vertical é representada por duas camadas;
- ▶ O fluxo consiste em um fluxo zonal, representado por duas variáveis. O campo de temperatura é identificado com o cisalhamento vertical do vento através da equação do vento térmico;
- ▶ A temperatura média global e a estabilidade estática média também variam, elevando o número de variáveis e equações diferenciais ordinárias para quatorze;

# REGIMES DE FLUXO

- ▶ Será tentado provar as hipóteses com um modelo dinâmico simples, onde a dimensão vertical é representada por duas camadas;
- ▶ O fluxo consiste em um fluxo zonal, representado por duas variáveis. O campo de temperatura é identificado com o cisalhamento vertical do vento através da equação do vento térmico;
- ▶ A temperatura média global e a estabilidade estática média também variam, elevando o número de variáveis e equações diferenciais ordinárias para quatorze;
- ▶ O fenômeno da vacilação será exibido através do uso da integração numérica.

# FORMA ESPECTRAL DO MODELO DE DUAS CAMADAS

- Derivou-se uma forma espectral geral para um dos modelos de previsão numérica.

by letting the static stability  $\sigma$  vary only with time, and not in the horizontal directions, the equations of the model simplify to

$$\partial \nabla^2 \psi / \partial t = -J(\psi, \nabla^2 \psi) - J(\tau, \nabla^2 \tau), \quad (1)$$

$$\partial \nabla^2 \tau / \partial t = -J(\psi, \nabla^2 \tau) - J(\tau, \nabla^2 \psi) + f \nabla^2 \chi, \quad (2)$$

$$\partial \theta / \partial t = -J(\psi, \theta) + \bar{\sigma} \nabla^2 \chi, \quad (3)$$

$$\partial \bar{\sigma} / \partial t = \overline{-\theta \nabla^2 \chi}. \quad (4)$$

Here  $t$  is time,  $J$  denotes a Jacobian with respect to horizontal coordinates, and a bar denotes a horizontal average. The system is rendered closed by the thermal wind equation

$$\nabla^2 \theta = A \nabla^2 \tau, \quad (5)$$

where  $A$  is a constant whose value depends upon the properties of the fluid, and, in particular, upon whether the fluid is a liquid or a gas.

Still further simplifications would result from neglecting the time variations of  $\bar{\sigma}$ . The system would then reduce to one of the conventional two-layer models, the original example of which was given by Phillips (1951).

To transform these equations into spectral form, we determine a denumerable set of *orthogonal functions*  $F_0, F_1, F_2, \dots$  which satisfy the following conditions:

$$L^2 \nabla^2 F_i = -a_i^2 F_i, \quad i = 0, 1, \dots, \quad (6)$$

where  $L$  is a constant with the dimensions of distance,

$$\partial F_i / \partial s = 0, \quad i = 0, 1, \dots \quad (7)$$

everywhere on the boundary, if a boundary exists,  $\partial / \partial s$  denoting a tangential derivative, and

$$\overline{F_i F_j} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j, \\ 0 & \text{if } i \neq j. \end{cases} \quad (8)$$

We shall furthermore require that  $F_0 \equiv 1$ , whence  $a_0 = 0$ .

The Jacobian of two orthogonal functions will satisfy the relation

$$L^2 J(F_j, F_k) = \sum_{i=0}^{\infty} c_{ijk} F_i, \quad (9)$$

where

$$c_{ijk} = L^2 \overline{F_i J(F_j, F_k)}. \quad (10)$$

It is evident that  $c_{ijk} = -c_{ikj}$ . From the boundary condition (7) it follows that  $c_{ijk} = c_{jki} = c_{kij}$ .

We now introduce the expansions

$$\psi = L^2 f \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i F_i, \quad (11)$$

$$\tau = L^2 f \sum_{i=1}^{\infty} \tau_i F_i, \quad (12)$$

$$\theta = AL^2 f \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i F_i, \quad (13)$$

$$\bar{\sigma} = AL^2 f \sigma_0. \quad (14)$$

A similar expansion for  $\chi$  is not permissible since  $\chi$  satisfies different boundary conditions. However, since only  $\nabla^2 \chi$  appears in (1)–(4), we may let

$$\nabla^2 \chi = f \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i F_i. \quad (15)$$

The coefficients  $\psi_i, \tau_i, \theta_i, \sigma_0,$  and  $\omega_i$  are dimensionless. In essence, we have used  $L$  as the unit of distance and  $f^{-1}$  as the unit of time.

When relations (11)–(15) are substituted into (1)–(4), and the coefficients of like orthogonal functions are equated, we find that

$$\dot{\psi}_i = \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^{\infty} a_i^{-2} (a_j^2 - a_k^2) c_{ijk} (\psi_j \psi_k + \tau_j \tau_k), \quad (16)$$

$$\dot{\tau}_i = \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^{\infty} a_i^{-2} (a_j^2 - a_k^2) c_{ijk} (\tau_j \psi_k + \psi_j \tau_k) - a_i^{-2} \omega_i, \quad (17)$$

$$\dot{\theta}_i = \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^{\infty} c_{ijk} (\theta_j \psi_k - \psi_j \theta_k) + \sigma_0 \omega_i, \quad (18)$$

$$\dot{\sigma}_0 = - \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i \omega_i, \quad (19)$$

while, in view of (5),

$$\dot{\theta}_i = \tau_i \quad \text{if } a_i \neq 0. \quad (20)$$

Here a dot denotes a derivative with respect to a dimensionless time  $t_0 = ft$ . The coefficients  $\frac{1}{2}$  before the double summations can be omitted if the summations are taken over only those pairs  $(j, k)$  for which  $k > j$ , thus eliminating repetitions. Equations (16)–(20) are the general spectral form of equations (1)–(5).

The particular set of functions  $F_i$  to be used in any given problem depends upon the domain of the variables  $\psi, \tau, \theta, \sigma,$  and  $\chi$ . However, the functions  $F_i$  enter equations (16)–(20) only through the coefficients  $a_i$  and  $c_{ijk}$ . All that need be stated concerning the domain are therefore the values of  $a_i$ , and of  $c_{ijk}$  for those triples  $(i, j, k)$  for which  $c_{ijk} \neq 0$ . If two geometrically different domains happen to lead to the same coefficients  $a_i$  and  $c_{ijk}$ , they will lead to identical spectral forms of the two-layer model.

The equations so far presented apply to the “adiabatic” form of the two-layer model, in which forcing and dissipation of a mechanical or thermal nature are omitted. In many studies, including the present one, it is essential to include these processes. A number of schemes for this purpose are possible; a simple one is given in S. Here there is assumed a frictional drag at

the lower surface, proportional to the velocity in the lower layer, and a frictional drag at the surface separating the two layers, proportional to the shear at this surface. Likewise there is assumed a heating of the lower layer, proportional to the difference between the temperature (or potential temperature) of the lower layer and a preassigned temperature field  $\theta^*$ , and a heat exchange between the layers, proportional to the difference between the temperatures of the layers. The expansion for  $\theta^*$  is obtained by adding stars to equation (13). If the coefficients of friction at the lower surface and the surface separating the layers, after being made dimensionless by dividing by  $f$ , are denoted by  $2k$  and  $k'$ , and if the dimensionless coefficients of heating at these surfaces are denoted by  $2h$  and  $h'$ , the additional terms in the spectral form of the model become

$$\dot{\psi}_i = -k(\psi_i - \tau_i), \tag{21}$$

$$\dot{\tau}_i = k\psi_i - (k + 2k')\tau_i, \tag{22}$$

$$\dot{\theta}_i = -h(\theta_i - \sigma_i) + h\theta_i^*, \tag{23}$$

$$\dot{\sigma}_0 = h\theta_0 - (h + 2h')\sigma_0 - h\theta_0^*. \tag{24}$$

Other assumptions concerning the nonadiabatic effects are possible. For example, a heat exchange between the upper layer and the environment might be added.

### 3. The equations of the specific model

In order to apply the general spectral equations to a specific problem, we need to specify the values of the constants  $a_i$  and  $c_{ijk}$ . These values are determined by the orthogonal functions  $F_i$ . The appropriate choice for the functions  $F_i$  depends upon the geometry of the domain of the flow.

In S this domain was taken to be a circular cylindrical region, and the variables were expanded in Fourier-Bessel series. In the present study it might be more logical to use an annular region, since it is in such a region that vacillation is most readily observed experimentally.

Still another region, which is difficult to set up experimentally, but is much simpler mathematically, and has often been used to approximate the annulus, is the infinite channel, in which the flow is required to vary periodically along the length, with a specified fundamental wavelength. In this study we shall choose the infinite channel as the domain of the flow.

If our hypothesis concerning vacillation is correct, vacillation should be mathematically possible in a cylindrical as well as an annular domain. It may, however, be unstable with respect to further modes of oscillation, in the cylinder. Possibly these modes are not admitted by the geometry of the annulus. In a study using truncated series of orthogonal functions, whether the domain be a cylinder, an annulus, or an infinite channel, we can suppress various troublesome modes simply by not including the orthogonal functions

necessary to describe them. Hence the vacillation which we shall demonstrate numerically in the infinite channel could perhaps just as readily be demonstrated in an annulus or a cylinder.

Introducing rectangular coordinates  $x$  and  $y$ , we shall let the walls of the channel be the surfaces  $y=0$  and  $y=\pi L$ . A suitable set of orthogonal functions is then the set

$$\phi_{00} = 1, \tag{25}$$

$$\phi_{0m} = \sqrt{2} \cos my_0, \tag{26}$$

$$\phi_{nm} = 2 \sin my_0 \cos nx_0, \tag{27}$$

$$\phi_{nm}' = 2 \sin my_0 \sin nx_0, \tag{28}$$

where  $x_0 = x/L$  and  $y_0 = y/L$ . These functions form a denumerable set, and so may be identified with the functions  $F_i$  in the general spectral form of the equations.

We next truncate the series expansions (11)–(15) for  $\psi$ ,  $\tau$ ,  $\theta$ ,  $\sigma$ , and  $\nabla^2\chi$  by retaining only those orthogonal functions (26)–(28) with  $m=1$  or  $2$ , and with a single value of  $n$ . We shall find it convenient to use capital letters instead of numbers for the subscripts of specific orthogonal functions  $F_i$ , and the associated constants and variables  $a_i$ ,  $c_{ijk}$ ,  $\psi_i$ ,  $\tau_i$ ,  $\theta_i$ ,  $\omega_i$  and  $\theta_i^*$ . Thus we shall let  $\phi_{00} = F_0$ ,  $\phi_{01} = F_A$ ,  $\phi_{n1} = F_K$ ,  $\phi_{n1}' = F_L$ ,  $\phi_{02} = F_C$ ,  $\phi_{n2} = F_M$ , and  $\phi_{n2}' = F_N$ . The functions  $F_A$  and  $F_C$  represent the zonal portion of the flow, while  $F_K$ ,  $F_L$ ,  $F_M$ , and  $F_N$  represent superposed waves. We shall call a wave represented by  $F_K$  and  $F_L$  a wave of the *first mode*, and one represented by  $F_M$  and  $F_N$  a wave of the *second mode*. ("Mode" thus refers to the form of the  $y$ -variation.)

For the preassigned temperature field  $\theta^*$ , we use the simpler expansion

$$\theta^* = AL^2 f(\theta_0^* + \theta_A^* F_A). \tag{29}$$

We observe that  $a_A^2 = 1$ ,  $a_K^2 = a_L^2 = n^2 + 1$ ,  $a_C^2 = 4$ , and  $a_M^2 = a_N^2 = n^2 + 4$ . The only triples  $(i, j, k)$  for which  $c_{ijk}$  does not vanish are  $(A, K, L)$ ,  $(A, M, N)$ ,  $(C, K, N)$ , and  $(C, M, L)$ . We find from (10) that

$$\frac{c_{AKL}}{5} = \frac{c_{AMN}}{4} = \frac{c_{CKN}}{8} = \frac{c_{CML}}{8} = -\frac{8\sqrt{2}}{15\pi} n. \tag{30}$$

We introduce the further symbols

$$\begin{aligned} \beta &= a_K^{-2}(a_L^2 - a_A^2) = n^2/(n^2 + 1), \\ \beta' &= a_M^{-2}(a_N^2 - a_A^2) = (n^2 + 3)/(n^2 + 4), \\ \delta &= a_K^{-2}(a_N^2 - a_C^2) = n^2/(n^2 + 1), \\ \delta' &= a_N^{-2}(a_L^2 - a_C^2) = (n^2 - 3)/(n^2 + 4), \end{aligned}$$

and

$$\epsilon = a_C^{-2}(a_M^2 - a_L^2) = \frac{3}{2}.$$

Letting  $\alpha = -c_{AKL}$ ,  $\alpha' = -c_{AMN}$ , and  $\alpha'' = -c_{CKN} = -c_{CML}$ , we obtain the equations

# EQUAÇÕES DO MODELO ESPECÍFICO

► Aqui, as equações são aplicadas para o problema da vacilação.

$$\dot{\psi}_A = -k(\psi_A - \theta_A) \tag{31}$$

$$\dot{\psi}_K = -\beta\alpha(\psi_L\psi_A + \theta_L\theta_A) - \delta\alpha''(\psi_N\psi_C + \theta_N\theta_C) - k(\psi_K - \theta_K) \tag{32}$$

$$\dot{\psi}_L = \beta\alpha(\psi_A\psi_K + \theta_A\theta_K) + \delta\alpha''(\psi_C\psi_M + \theta_C\theta_M) - k(\psi_L - \theta_L) \tag{33}$$

$$\dot{\psi}_C = \epsilon\alpha''(\psi_K\psi_N + \theta_K\theta_N) - \epsilon\alpha''(\psi_M\psi_L + \theta_M\theta_L) - k(\psi_C - \theta_C) \tag{34}$$

$$\dot{\psi}_M = -\beta'\alpha'(\psi_N\psi_A + \theta_N\theta_A) - \delta'\alpha''(\psi_L\psi_C + \theta_L\theta_C) - k(\psi_M - \theta_M) \tag{35}$$

$$\dot{\psi}_N = \beta'\alpha'(\psi_A\psi_M + \theta_A\theta_M) + \delta'\alpha''(\psi_C\psi_K + \theta_C\theta_K) - k(\psi_N - \theta_N) \tag{36}$$

$$\dot{\theta}_A = -\omega_A + k\psi_A - (k + 2k')\theta_A \tag{37}$$

$$\dot{\theta}_K = -\beta\alpha(\theta_L\psi_A + \psi_L\theta_A) - \delta\alpha''(\theta_N\psi_C + \psi_N\theta_C) - (1 - \beta)\omega_K + k\psi_K - (k + 2k')\theta_K \tag{38}$$

$$\dot{\theta}_L = \beta\alpha(\theta_A\psi_K + \psi_A\theta_K) + \delta\alpha''(\theta_C\psi_M + \psi_C\theta_M) - (1 - \beta)\omega_L + k\psi_L - (k + 2k')\theta_L \tag{39}$$

$$\dot{\theta}_C = \epsilon\alpha''(\theta_K\psi_N + \psi_K\theta_N) - \epsilon\alpha''(\theta_M\psi_L + \psi_M\theta_L) - (1 - \epsilon)\omega_C + k\psi_C - (k + 2k')\theta_C \tag{40}$$

$$\dot{\theta}_M = -\beta'\alpha'(\theta_N\psi_A + \psi_N\theta_A) - \delta'\alpha''(\theta_L\psi_C + \psi_L\theta_C) - (1 - \beta')\omega_M + k\psi_M - (k + 2k')\theta_M \tag{41}$$

$$\dot{\theta}_N = \beta'\alpha'(\theta_A\psi_M + \psi_A\theta_M) + \delta'\alpha''(\theta_C\psi_K + \psi_C\theta_K) - (1 - \beta')\omega_N + k\psi_N - (k + 2k')\theta_N \tag{42}$$

$$\dot{\theta}_0 = -h\theta_0 + h\sigma_0 + h\theta_0^* \tag{43}$$

$$\dot{\theta}_A = -\alpha(\theta_K\psi_L - \psi_K\theta_L) - \alpha'(\theta_M\psi_N - \psi_M\theta_N) + \sigma_0\omega_A - h\theta_A + h\theta_A^* \tag{44}$$

$$\dot{\theta}_K = -\alpha(\theta_L\psi_A - \psi_L\theta_A) - \alpha''(\theta_N\psi_C - \psi_N\theta_C) + \sigma_0\omega_K - h\theta_K \tag{45}$$

$$\dot{\theta}_L = -\alpha(\theta_A\psi_K - \psi_A\theta_K) - \alpha''(\theta_C\psi_M - \psi_C\theta_M) + \sigma_0\omega_L - h\theta_L \tag{46}$$

$$\dot{\theta}_C = -\alpha''(\theta_K\psi_N - \psi_K\theta_N) - \alpha''(\theta_M\psi_L - \psi_M\theta_L) + \sigma_0\omega_C - h\theta_C \tag{47}$$

$$\dot{\theta}_M = -\alpha'(\theta_N\psi_A - \psi_N\theta_A) - \alpha''(\theta_L\psi_C - \psi_L\theta_C) + \sigma_0\omega_M - h\theta_M \tag{48}$$

$$\dot{\theta}_N = -\alpha'(\theta_A\psi_M - \psi_A\theta_M) - \alpha''(\theta_C\psi_K - \psi_C\theta_K) + \sigma_0\omega_N - h\theta_N \tag{49}$$

$$\dot{\sigma}_0 = -(\theta_A\omega_A + \theta_K\omega_K + \theta_L\omega_L + \theta_C\omega_C + \theta_M\omega_M + \theta_N\omega_N) + h\theta_0 - (h + 2h')\sigma_0 - h\theta_0^* \tag{50}$$

20 equações - 6 variáveis são eliminadas

14 equações diferenciais e 14 incógnitas

No restante do artigo, a preocupação é solucionar esse conjunto de equações.

# SOLUÇÕES ANALÍTICAS

- ▶ Foram encontradas soluções analíticas para as circulações de Hadley e para algumas das circulações constantes de Rossby;
- ▶  $K^{-2}$  representa o número de Taylor - fornece uma medida de rotação;
- ▶  $\theta_A^*$  representa o número de Rossby térmico - fornece uma medida do aquecimento;
- ▶ Na figura 1, as coordenadas são  $K^{-2}$  e  $\theta_A^*$  em escala logarítmica. A área à direita de cada curva indica a região de instabilidade.

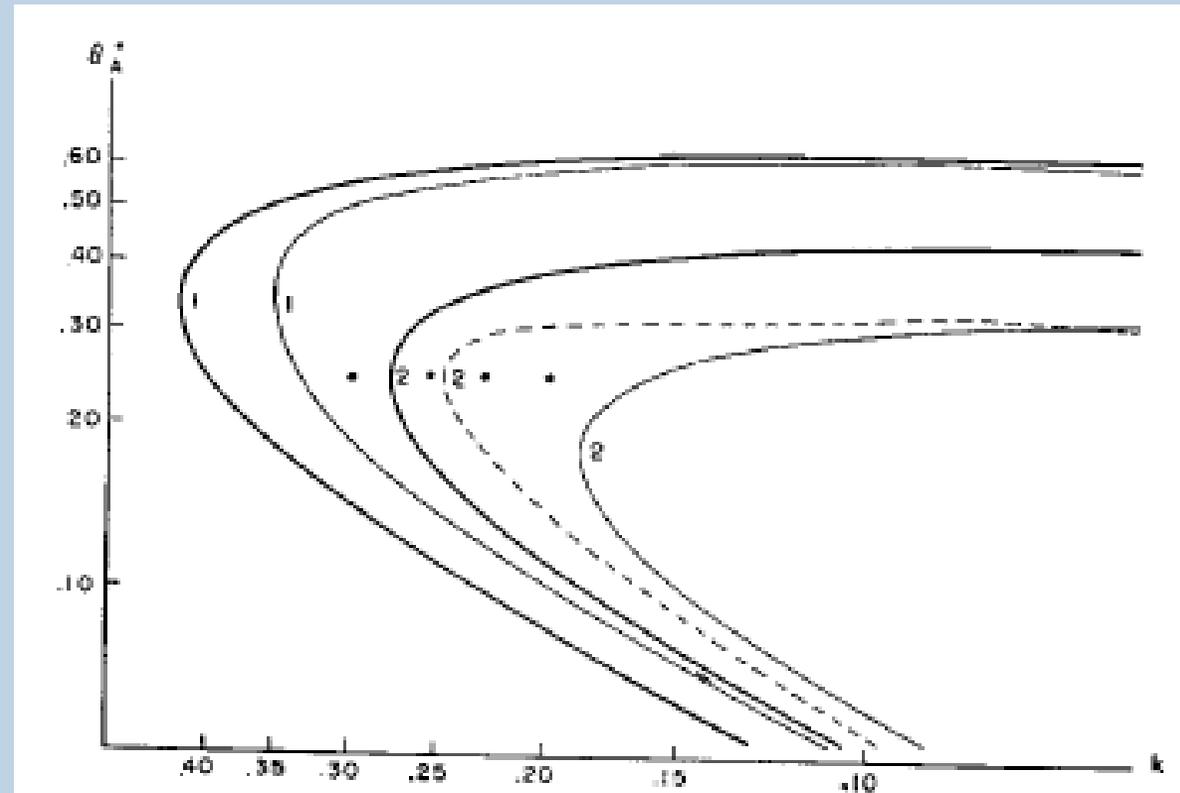


FIG. 1. Critical curves for the instability of established regimes of flow. Heavy curves 1 and 2: Instability of Hadley flow with respect to waves of first and second modes. Thin solid curves 1 and 2: Instability of Rossby flow of first and second modes with respect to waves of second and first modes. Dashed curve 2: Overstability of Rossby flow of second mode with respect to waves of first mode. Dots locate the numerical solutions of Tables 1-5.

# SOLUÇÕES ANALÍTICAS

- ▶ Observamos que a curva 2 se encontra completamente no lado côncavo da curva 1: não há circulações de Hadley instáveis em relação às ondas do 2º modo que também não são instáveis em relação às ondas do primeiro modo.
- ▶ A circulação de Rossby de 1º modo diferirá apenas levemente da circulação de Hadley. Se assim for, ela deve ser estável em relação às ondas do segundo modo.

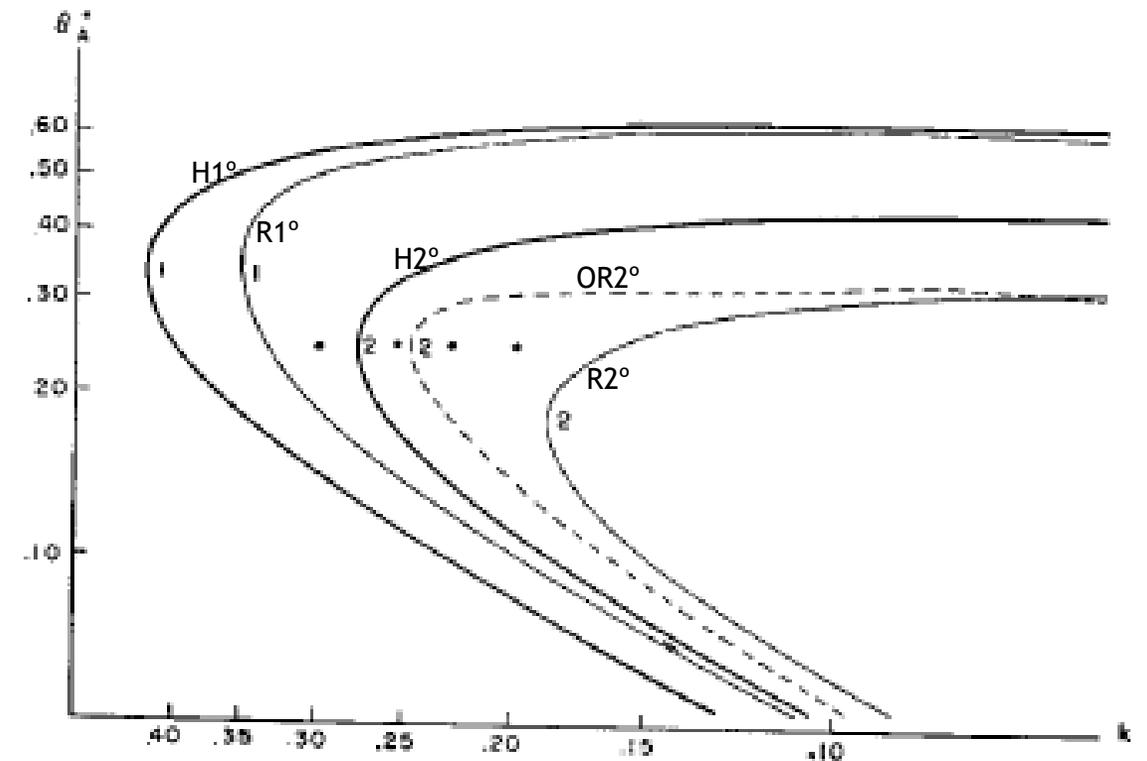


FIG. 1. Critical curves for the instability of established regimes of flow. Heavy curves 1 and 2: Instability of Hadley flow with respect to waves of first and second modes. Thin solid curves 1 and 2: Instability of Rossby flow of first and second modes with respect to waves of second and first modes. Dashed curve 2: Overstability of Rossby flow of second mode with respect to waves of first mode. Dots locate the numerical solutions of Tables 1-5.

# SOLUÇÕES ANALÍTICAS

- ▶ Entre as duas curvas rotuladas como 1, pode existir uma circulação estável de Rossby de 1º modo. Parece, então, que entre as circulações matematicamente possíveis do primeiro modo, apenas uma pequena porção é realmente estável e seria de esperar que ocorra em um experimento físico.
- ▶ Circulações de Rossby constantes nas quais as ondas de cada modo se movem juntas sem alterar sua forma serão chamadas circulações de Rossby de modo misto.

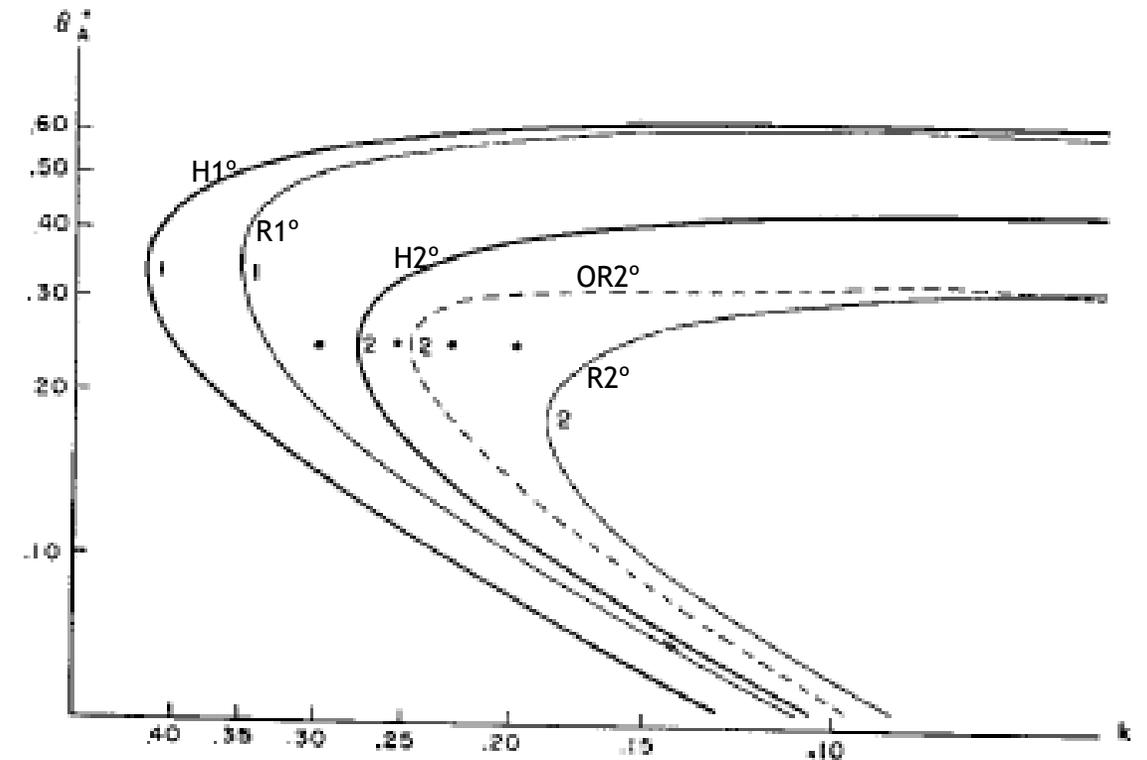


FIG. 1. Critical curves for the instability of established regimes of flow. Heavy curves 1 and 2: Instability of Hadley flow with respect to waves of first and second modes. Thin solid curves 1 and 2: Instability of Rossby flow of first and second modes with respect to waves of second and first modes. Dashed curve 2: Overstability of Rossby flow of second mode with respect to waves of first mode. Dots locate the numerical solutions of Tables 1-5.

# SOLUÇÕES ANALÍTICAS

- ▶ É possível resolver analiticamente todas as circulações de Rossby de modo misto. Se alguma dessas soluções puder ser encontrada, ela poderá ser testada quanto à estabilidade em relação a outras perturbações;

# SOLUÇÕES ANALÍTICAS

- ▶ É possível resolver analiticamente todas as circulações de Rossby de modo misto. Se alguma dessas soluções puder ser encontrada, ela poderá ser testada quanto à estabilidade em relação a outras perturbações;
- ▶ Se elas forem instáveis para valores de  $K^{-2}$  e  $\theta_A^*$  para os quais as circulações de Rossby mais simples e de Hadley também são instáveis, será comprovada a existência de soluções com pelo menos dois graus de liberdade;

# SOLUÇÕES ANALÍTICAS

- ▶ É possível resolver analiticamente todas as circulações de Rossby de modo misto. Se alguma dessas soluções puder ser encontrada, ela poderá ser testada quanto à estabilidade em relação a outras perturbações;
- ▶ Se elas forem instáveis para valores de  $K^{-2}$  e  $\theta_A^*$  para os quais as circulações de Rossby mais simples e de Hadley também são instáveis, será comprovada a existência de soluções com pelo menos dois graus de liberdade;
- ▶ Mesmo neste caso, a existência de soluções estáveis de vacilação não será estabelecida, uma vez que as soluções com exatamente dois graus de liberdade, se existirem, podem ser instáveis em relação a outras perturbações ainda maiores;

# SOLUÇÕES ANALÍTICAS

- ▶ É possível resolver analiticamente todas as circulações de Rossby de modo misto. Se alguma dessas soluções puder ser encontrada, ela poderá ser testada quanto à estabilidade em relação a outras perturbações;
- ▶ Se elas forem instáveis para valores de  $K^{-2}$  e  $\theta_A^*$  para os quais as circulações de Rossby mais simples e de Hadley também são instáveis, será comprovada a existência de soluções com pelo menos dois graus de liberdade;
- ▶ Mesmo neste caso, a existência de soluções estáveis de vacilação não será estabelecida, uma vez que as soluções com exatamente dois graus de liberdade, se existirem, podem ser instáveis em relação a outras perturbações ainda maiores;
- ▶ De qualquer forma, o procedimento é extremamente complicado, envolvendo, entre outras coisas, a avaliação de determinantes da décima quarta ordem. Portanto, a existência de vacilação parece poder ser mais facilmente estabelecida usando procedimentos de integração numérica.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

▶ As equações são equações diferenciais ordinárias, de modo que as aproximações de diferenças finitas são necessárias apenas para representar as derivadas no tempo;

▶ Todas as integrações numéricas foram realizadas em uma máquina de computação eletrônica: Royal McBee LGP-30. Com o programa usado, são necessários cerca de dez segundos para cada iteração.



Fonte: Vintage Computer.net

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

▶ As equações são equações diferenciais ordinárias, de modo que as aproximações de diferenças finitas são necessárias apenas para representar as derivadas no tempo;

▶ A tabela 1 apresenta soluções numéricas particulares de equações. Os valores de todas as variáveis aparecem a cada 5 iterações, os valores são impressos em quatro casas decimais e os pontos decimais são omitidos.

▶ Para esta solução,  $\theta_A^* = 0,25$  e  $k = 0,30$ . De acordo com a Fig. 1, a circulação de Rossby de 1º modo é estável em relação às ondas de 2º modo.

▶ Todas as integrações numéricas foram realizadas em uma máquina de computação eletrônica: Royal McBee LGP-30. Com o programa usado, são necessários cerca de dez segundos para cada iteração.

TABLE 1. Numerical integration of equations (31)–(50) for the case  $\theta_A^* = 0.25$ ,  $k = 0.300$ . Variables are observed in fixed coordinate system.

$N$	$\psi_A$	$\psi_K$	$\psi_L$	$\psi_C$	$\psi_M$	$\psi_N$	$\theta_0 - \theta_0^*$	$\theta_A$	$\theta_K$	$\theta_L$	$\theta_C$	$\theta_M$	$\theta_N$	$\sigma_0$
0000	0100	0050	0000	0000	0000	0050	0100	0100	0000	0000	0000	0000	0000	0100
0005	0696	0023	0000	0000	-0001	0022	0132	1544	0003	-0012	0000	0008	0003	0223
0010	1435	0023	0007	0000	-0006	0016	0247	2069	0012	-0014	0000	0007	0008	0377
0015	1903	0014	0030	0000	-0015	0007	0359	2258	0025	0000	0000	-0000	0010	0459
0020	2150	-0027	0037	0001	-0014	-0008	0437	2328	0016	0031	0000	-0009	0004	0500
0025	2270	-0063	-0017	0001	0001	-0016	0485	2354	-0032	0037	0000	-0007	-0005	0523
0030	2325	-0004	-0092	0001	0015	-0005	0514	2362	-0062	-0027	0000	0002	-0008	0538
0035	2348	0121	-0040	0002	0009	0011	0533	2362	0013	-0093	0000	0008	-0000	0549
0040	2356	0096	0147	0002	-0007	0012	0547	2358	0128	-0014	-0000	0003	0007	0560
0045	2354	-0161	0178	0003	-0013	-0003	0559	2348	0062	0163	-0000	-0005	0005	0573
0050	2345	-0287	-0149	0003	-0001	-0013	0573	2331	-0190	0133	-0000	-0006	-0003	0591
0055	2327	0093	-0414	0004	0011	-0004	0593	2303	-0228	-0196	-0001	0002	-0006	0618
0060	2299	0538	-0021	0005	0007	0009	0621	2262	0167	-0334	-0001	0006	0000	0655

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

TABLE 2. Numerical integration of equations (31)–(50) for the case  $\theta^*=0.25$ ,  $k=0.300$ . Variables are observed in moving coordinate system.

$N$	$\psi_A$	$\psi_{K0}$	$\psi_{L0}$	$\psi_C$	$\psi_{M0}$	$\psi_{N0}$	$\theta_0 - \theta_0^*$
000	010	005	000	000	000	005	010
010	144	002	000	000	000	002	025
020	215	005	000	000	000	002	044
030	233	009	000	000	000	002	051
040	236	018	000	000	001	001	055
050	235	032	000	000	001	001	057
060	230	054	000	001	001	001	062
070	221	075	000	001	001	001	070
080	210	087	000	001	000	001	077
090	203	090	000	002	001	002	081
100	200	090	000	003	001	002	083
110	200	089	000	004	001	003	083
120	200	088	000	005	001	004	083
130	201	088	000	007	002	005	083
140	201	087	000	009	002	007	083
150	202	086	000	012	003	009	083
160	202	084	000	015	004	012	082
170	203	081	000	019	005	015	082
180	204	077	000	022	007	019	081
190	206	072	000	025	008	022	080
200	209	067	000	026	010	024	079
210	211	062	000	026	012	025	078
220	214	059	000	024	013	026	076
230	215	058	000	023	013	025	075
240	216	059	000	022	013	025	075
250	216	060	000	022	013	024	075
260	215	061	000	022	012	024	075
270	215	062	000	023	012	024	075
280	214	062	000	023	012	025	076
290	214	061	000	023	012	025	076
300	215	061	000	023	012	025	076

- ▶ A tabela 2 apresenta a mesma solução da tabela 1, impressa no novo formulário. Os valores agora aparecem a cada dez iterações e são divididos em três casas.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

TABLE 2. Numerical integration of equations (31)–(50) for the case  $\theta^*=0.25$ ,  $k=0.300$ . Variables are observed in moving coordinate system.

$N$	$\psi_A$	$\psi_{K_0}$	$\psi_{L_0}$	$\psi_C$	$\psi_{M_0}$	$\psi_{N_0}$	$\theta_0 - \theta_0^*$
000	010	005	000	000	000	005	010
010	144	002	000	000	000	002	025
020	215	005	000	000	000	002	044
030	233	009	000	000	000	002	051
040	236	018	000	000	001	001	055
050	235	032	000	000	001	001	057
060	230	054	000	001	001	001	062
070	221	075	000	001	001	001	070
080	210	087	000	001	000	001	077
090	203	090	000	002	001	002	081
100	200	090	000	003	001	002	083
110	200	089	000	004	001	003	083
120	200	088	000	005	001	004	083
130	201	088	000	007	002	005	083
140	201	087	000	009	002	007	083
150	202	086	000	012	003	009	083
160	202	084	000	015	004	012	082
170	203	081	000	019	005	015	082
180	204	077	000	022	007	019	081
190	206	072	000	025	008	022	080
200	209	067	000	026	010	024	079
210	211	062	000	026	012	025	078
220	214	059	000	024	013	026	076
230	215	058	000	023	013	025	075
240	216	059	000	022	013	025	075
250	216	060	000	022	013	024	075
260	215	061	000	022	012	024	075
270	215	062	000	023	012	024	075
280	214	062	000	023	012	025	076
290	214	061	000	023	012	025	076
300	215	061	000	023	012	025	076

► A tabela 2 apresenta a mesma solução da tabela 1, impressa no novo formulário. Os valores agora aparecem a cada dez iterações e são divididos em três casas.

TABLE 3. Numerical integration of equations (31)–(50) the case  $\theta_A^*=0.25$ ,  $k=0.250$ .

$N$	$\psi_A$	$\psi_{K_0}$	$\psi_{L_0}$	$\psi_C$	$\psi_{M_0}$	$\psi_{N_0}$	$\theta_0 - \theta_0^*$
000	010	005	000	000	000	005	010
010	122	003	000	000	000	002	021
020	201	007	000	000	000	003	039
030	227	019	000	001	001	003	049
040	231	046	000	002	002	004	056
050	221	088	000	005	003	005	069
060	198	111	000	012	003	009	084
070	181	109	000	025	006	017	091
080	179	092	000	043	011	030	092
090	188	061	000	051	024	039	089
100	201	039	000	034	041	028	084
110	211	043	000	013	041	014	079
120	215	060	000	004	031	013	077
130	210	084	000	008	019	015	080
140	198	097	000	025	011	022	087
150	189	085	000	045	014	035	090
160	194	053	000	049	029	040	088
170	205	038	000	028	044	021	082
180	213	046	000	009	040	011	078
190	215	066	000	003	028	012	077
200	207	091	000	009	015	015	082
210	194	100	000	027	010	023	088
220	188	083	000	047	015	035	090
230	194	051	000	048	030	039	088
240	206	038	000	026	044	020	082

► Na tabela 3 tem-se a solução correspondente a uma rotação um pouco mais rápida, obtendo uma solução que exhibe o fenômeno da vacilação, neste caso com um período de 70 etapas.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

TABLE 4. Numerical integration of equations (31)–(50) for the case  $\theta_A^* = 0.25$ ,  $k = 0.225$ .

$N$	$\psi_A$	$\psi_{K0}$	$\psi_{L0}$	$\psi_C$	$\psi_{M0}$	$\psi_{N0}$	$\theta_0 - \theta_0^*$
000	010	005	000	000	000	005	010
010	109	003	000	000	000	002	019
020	190	008	000	000	000	003	036
030	221	026	000	001	002	005	047
040	226	068	000	004	004	007	058
050	205	115	000	015	005	012	079
060	178	115	000	041	009	026	093
070	172	072	000	066	025	044	094
080	187	036	000	040	058	008	089
090	203	048	000	-001	047	-011	083
100	208	069	000	-021	032	-009	081
110	202	094	000	-034	010	-017	085
120	188	092	000	-055	-011	-035	091
130	187	050	000	-060	-041	-040	091
140	199	041	000	-021	-056	006	086
150	207	057	000	010	-042	006	082
160	206	084	000	022	-023	007	082
170	194	106	000	033	-001	017	089
180	180	094	000	056	015	036	094
190	183	048	000	059	043	038	092
200	198	041	000	019	055	-005	086
210	207	058	000	-010	041	-005	082
220	206	085	000	-021	022	-006	082
230	193	108	000	-031	001	-016	089
240	179	097	000	-054	-014	-034	095

Na tabela 4, a rotação foi novamente aumentada. Assim, há vacilação com um período de cerca de 120 etapas. Essa vacilação é distinta da tabela 3 e portanto a chamaremos de vacilação simétrica, em oposição à vacilação assimétrica exibida na tabela 3.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

TABLE 4. Numerical integration of equations (31)–(50) for the case  $\theta_A^* = 0.25$ ,  $k = 0.225$ .

$N$	$\psi_A$	$\psi_{K_0}$	$\psi_{L_0}$	$\psi_C$	$\psi_{M_0}$	$\psi_{N_0}$	$\theta_0 - \theta_0^*$
000	010	005	000	000	000	005	010
010	109	003	000	000	000	002	019
020	190	008	000	000	000	003	036
030	221	026	000	001	002	005	047
040	226	068	000	004	004	007	058
050	205	115	000	015	005	012	079
060	178	115	000	041	009	026	093
070	172	072	000	066	025	044	094
080	187	036	000	040	058	008	089
090	203	048	000	-001	047	-011	083
100	208	069	000	-021	032	-009	081
110	202	094	000	-034	010	-017	085
120	188	092	000	-055	-011	-035	091
130	187	050	000	-060	-041	-040	091
140	199	041	000	-021	-056	006	086
150	207	057	000	010	-042	006	082
160	206	084	000	022	-023	007	082
170	194	106	000	033	-001	017	089
180	180	094	000	056	015	036	094
190	183	048	000	059	043	038	092
200	198	041	000	019	055	-005	086
210	207	058	000	-010	041	-005	082
220	206	085	000	-021	022	-006	082
230	193	108	000	-031	001	-016	089
240	179	097	000	-054	-014	-034	095

- ▶ A tabela 5 apresenta uma solução final. Desta vez nem a vacilação simétrica nem assimétrica podem ser estabelecidas. O que temos é uma solução com pelo menos três graus de liberdade, no regime R3+.

TABLE 5. Numerical integration of equations (31)–(50) for the case  $\theta_A^* = 0.25$ ,  $k = 0.200$ .

$N$	$\psi_A$	$\psi_{K_0}$	$\psi_{L_0}$	$\psi_C$	$\psi_{M_0}$	$\psi_{N_0}$	$\theta_0 - \theta_0^*$
000	010	005	000	000	000	005	010
010	096	003	000	000	000	003	017
020	178	010	000	000	001	004	033
030	214	034	000	002	003	007	045
040	217	093	000	011	006	012	062
050	187	125	000	042	009	027	088
060	166	070	000	082	034	050	096
070	178	047	000	029	057	-030	091
080	192	062	000	-029	041	-031	087
090	196	057	000	-057	024	-039	086
100	201	017	000	-058	-010	-056	085
110	208	036	000	-011	-027	053	082
120	208	045	000	039	-021	056	083
130	207	006	000	045	-009	065	084
140	210	034	000	000	011	-063	082
150	209	029	000	-037	003	-066	083
160	210	010	000	-024	-046	051	083
170	211	027	000	015	-024	062	082
180	211	010	000	029	-036	057	082
190	213	018	000	007	-009	-066	081
200	213	023	000	-019	-013	-065	081
210	212	011	000	-020	-062	-029	082
220	213	018	000	002	-057	036	081
230	213	018	000	016	-063	016	081
240	214	024	000	011	-055	-030	080
250	214	039	000	-005	-045	-040	080
260	211	053	000	-020	-044	-039	082
270	206	057	000	-029	-047	-037	085
280	202	054	000	-029	-053	-032	087
290	201	056	000	-021	-054	-025	087
300	201	066	000	-019	-046	-027	087
310	197	076	000	-032	-038	-035	089
320	192	062	000	-048	-044	-043	092
330	195	043	000	-031	-064	-014	090
340	201	052	000	-001	-056	000	086
350	202	078	000	011	-038	-005	085
360	192	115	000	004	-014	-007	091
370	169	130	000	-016	-004	-012	100
380	154	115	000	-047	-009	-028	101
390	158	063	000	-074	-033	-046	098
400	179	042	000	-031	-059	021	091
410	194	059	000	020	-044	024	087
420	198	071	000	047	-026	028	086
430	196	053	000	069	005	050	088
440	200	030	000	040	059	-024	087
450	204	054	000	-021	041	-039	085
460	203	046	000	-053	031	-042	085
470	206	009	000	-048	053	-022	082
480	212	038	000	-005	005	057	079
490	210	046	000	039	011	060	083
500	207	020	000	037	068	018	085

- ▶ Na tabela 4, a rotação foi novamente aumentada. Assim, há vacilação com um período de cerca de 120 etapas. Essa vacilação é distinta da tabela 3 e portanto a chamaremos de vacilação simétrica, em oposição à vacilação assimétrica exibida na tabela 3.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- Hadley
- | Rossby 1°
- \ Rossby misto
- Rossby 2°
- > Vacilação assimétrica
- ^ Vacilação simétrica
- Δ Fluxo irregular não-periódico

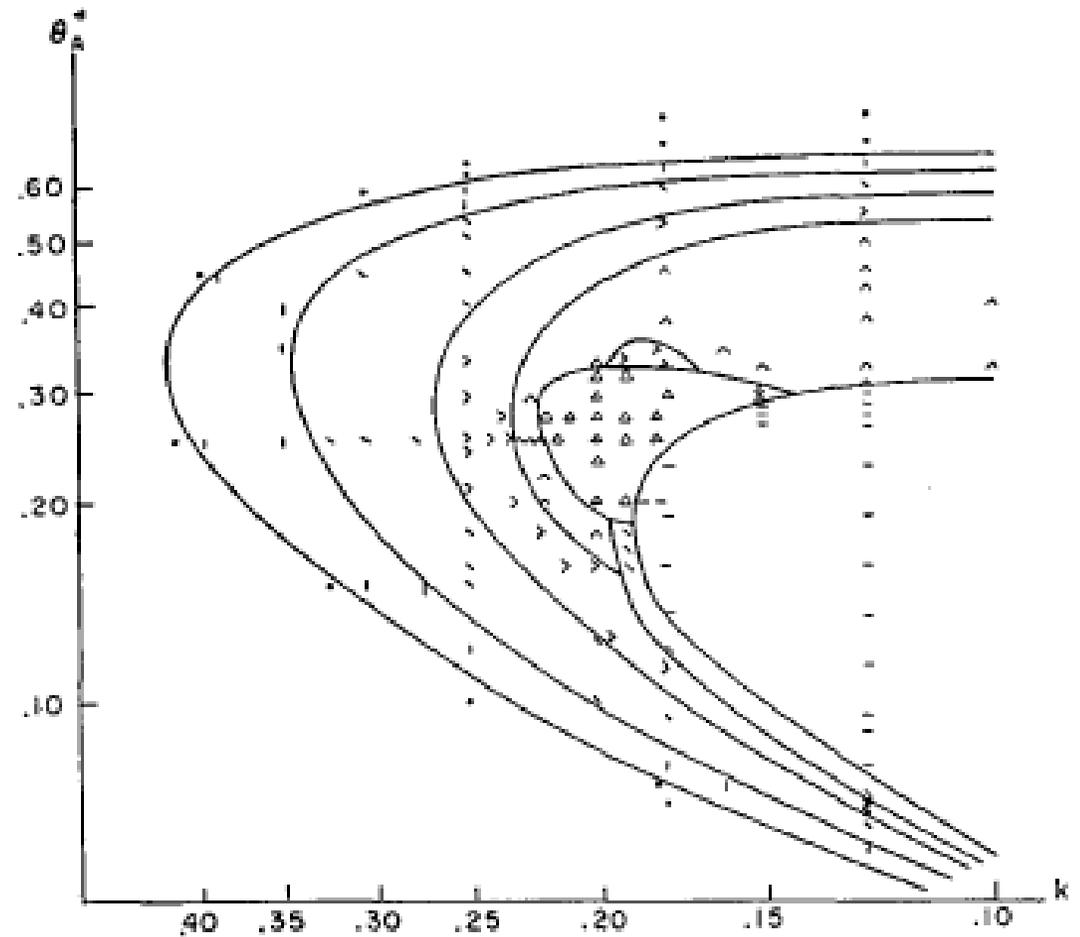


FIG. 4. Critical curves for transitions between regimes of flow. Coordinates are Taylor number and imposed thermal Rossby number. Location of each symbol indicates location of a single numerical solution. Type of symbol indicates regime of flow which occurs. Symbols  $\bullet$  | \ - > ^  $\Delta$  denote, respectively, Hadley flow, Rossby flow of first mode, Rossby flow of mixed mode, Rossby flow of second mode, unsymmetric vacillation, symmetric vacillation, and irregular nonperiodic flow.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- ▶ Quanto mais próximo se estiver de uma curva crítica, mais tempo poderá ser necessário fazer a integração e identificar o regime com razoável certeza;

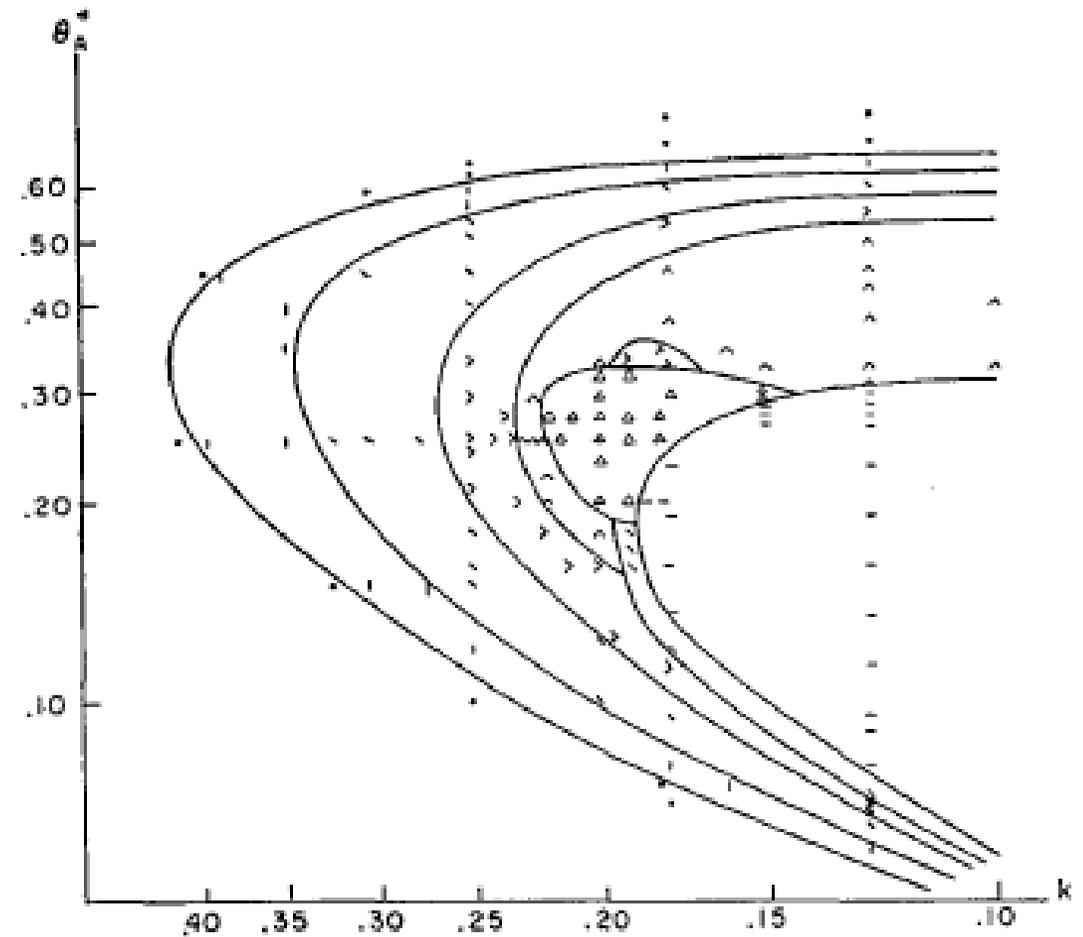


FIG. 4. Critical curves for transitions between regimes of flow. Coordinates are Taylor number and imposed thermal Rossby number. Location of each symbol indicates location of a single numerical solution. Type of symbol indicates regime of flow which occurs. Symbols  $\circ$  | \ - > ^  $\Delta$  denote, respectively, Hadley flow, Rossby flow of first mode, Rossby flow of mixed mode, Rossby flow of second mode, unsymmetric vacillation, symmetric vacillation, and irregular nonperiodic flow.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- ▶ Resultados principais da Fig. 4:
  - ▶ Regimes de fluxo resultantes de vários valores do número de Rossby  $\theta_A^*$  (medida de aquecimento) e de números de Taylor  $K^{-2}$  (medida de rotação) suficientemente baixos levam a uma circulação de **Hadley estável (R0)**;

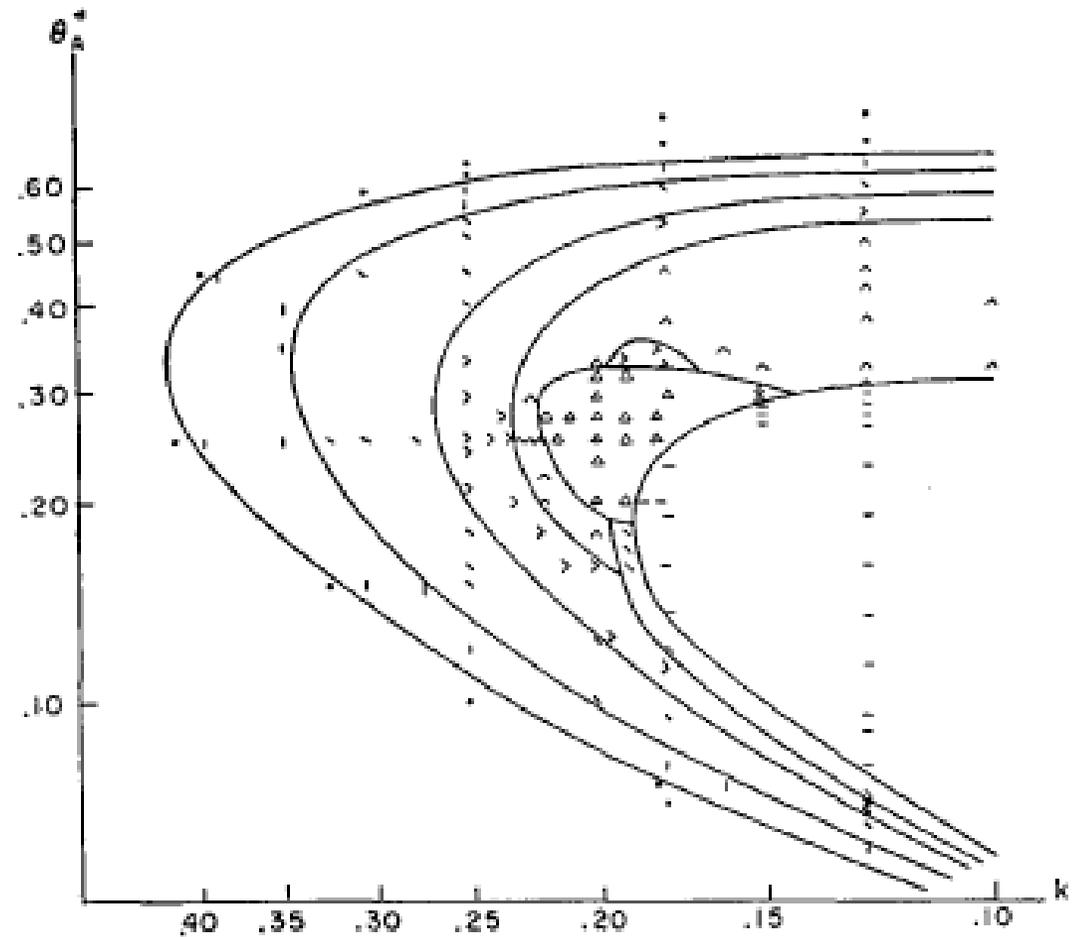


FIG. 4. Critical curves for transitions between regimes of flow. Coordinates are Taylor number and imposed thermal Rossby number. Location of each symbol indicates location of a single numerical solution. Type of symbol indicates regime of flow which occurs. Symbols  $\circ$  | \  $>$   $\wedge$   $\Delta$  denote, respectively, Hadley flow, Rossby flow of first mode, Rossby flow of mixed mode, Rossby flow of second mode, unsymmetric vacillation, symmetric vacillation, and irregular nonperiodic flow.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- ▶ Resultados principais da Fig. 4:
  - ▶ Regimes de fluxo resultantes de vários valores do número de Rossby  $\theta_A^*$  (medida de aquecimento) e de números de Taylor  $K^{-2}$  (medida de rotação) suficientemente baixos levam a uma circulação de **Hadley estável (R0)**;
  - ▶ Se  $\theta_A^*$  não for muito grande, essa circulação de Hadley se torna **instável** à medida que  $K^{-2}$  aumenta, e uma circulação de Rossby constante (R1 |) de 1º modo se desenvolve.

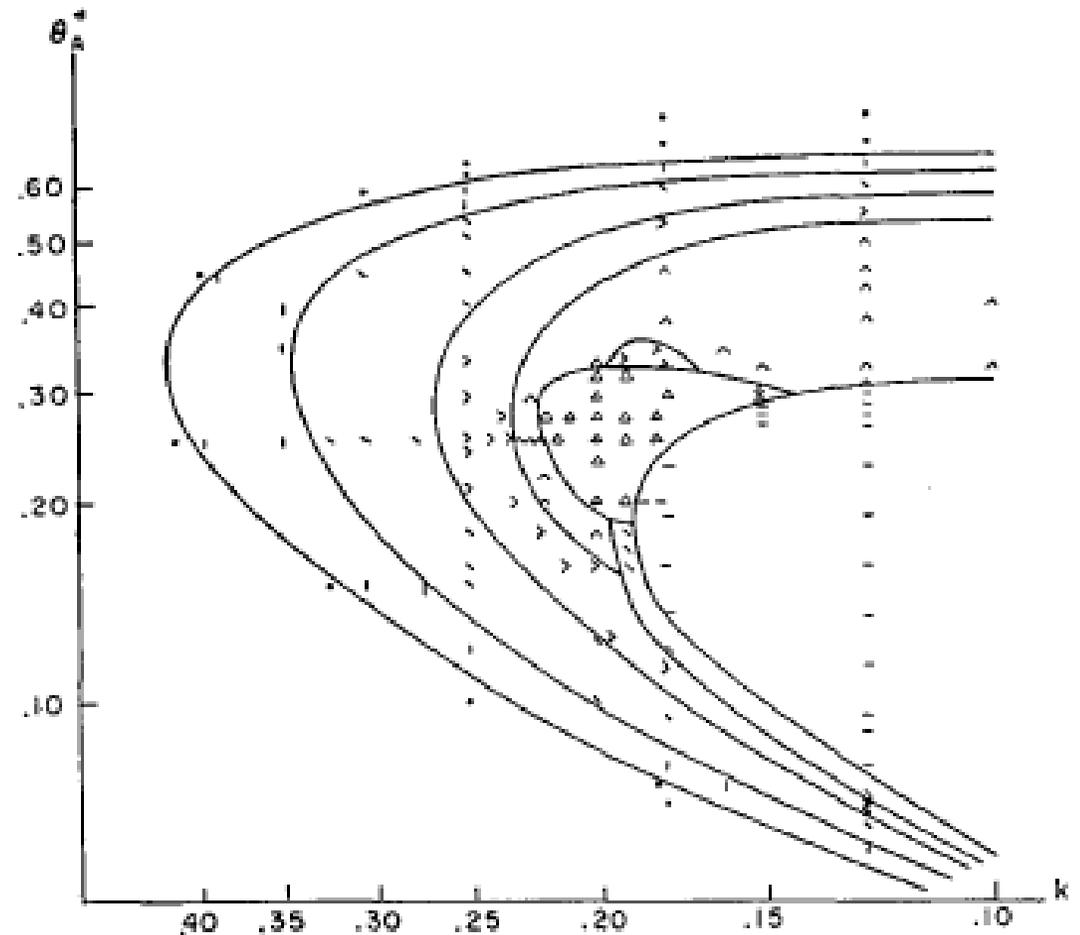


FIG. 4. Critical curves for transitions between regimes of flow. Coordinates are Taylor number and imposed thermal Rossby number. Location of each symbol indicates location of a single numerical solution. Type of symbol indicates regime of flow which occurs. Symbols  $\circ$  | \ - >  $\wedge$   $\Delta$  denote, respectively, Hadley flow, Rossby flow of first mode, Rossby flow of mixed mode, Rossby flow of second mode, unsymmetric vacillation, symmetric vacillation, and irregular nonperiodic flow.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- ▶ Resultados principais da Fig. 4:
  - ▶ Regimes de fluxo resultantes de vários valores do número de Rossby  $\theta_A^*$  (medida de aquecimento) e de números de Taylor  $K^{-2}$  (medida de rotação) suficientemente baixos levam a uma circulação de **Hadley estável (R0)**;
  - ▶ Se  $\theta_A^*$  não for muito grande, essa circulação de Hadley se torna **instável** à medida que  $K^{-2}$  aumenta, e uma circulação de Rossby constante (R1 |) de 1º modo se desenvolve.
  - ▶ À medida que  $K^{-2}$  é aumentado ainda mais, surge uma circulação de Rossby constante com ondas mistas ( $\wedge$ );

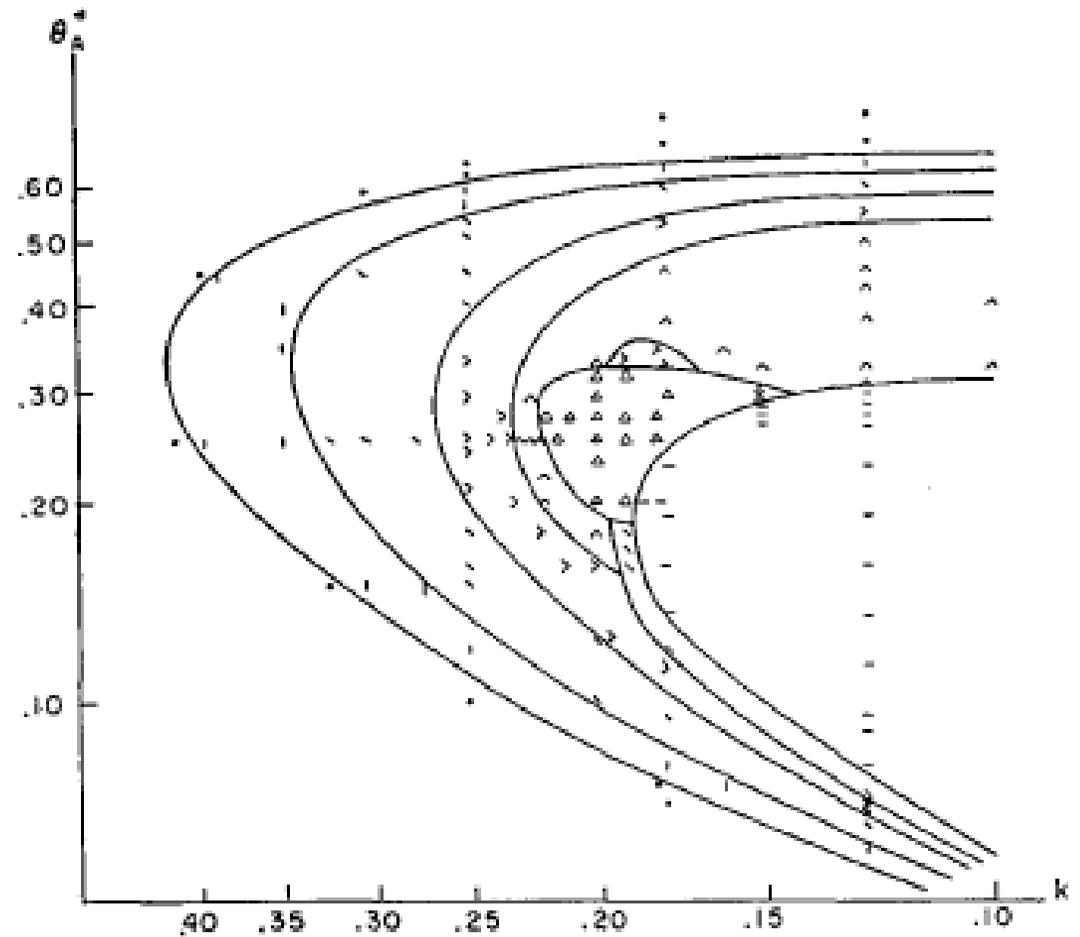


FIG. 4. Critical curves for transitions between regimes of flow. Coordinates are Taylor number and imposed thermal Rossby number. Location of each symbol indicates location of a single numerical solution. Type of symbol indicates regime of flow which occurs. Symbols  $\circ$  |  $\wedge$   $\triangle$  denote, respectively, Hadley flow, Rossby flow of first mode, Rossby flow of mixed mode, Rossby flow of second mode, unsymmetric vacillation, symmetric vacillation, and irregular nonperiodic flow.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- ▶ Resultados principais da Fig. 4:
  - ▶ Regimes de fluxo resultantes de vários valores do número de Rossby  $\theta_A^*$  (medida de aquecimento) e de números de Taylor  $K^{-2}$  (medida de rotação) suficientemente baixos levam a uma circulação de **Hadley estável (R0)**;
  - ▶ Se  $\theta_A^*$  não for muito grande, essa circulação de Hadley se torna **instável** à medida que  $K^{-2}$  aumenta, e uma circulação de Rossby constante (R1 |) de 1º modo se desenvolve.
  - ▶ À medida que  $K^{-2}$  é aumentado ainda mais, surge uma circulação de Rossby constante com ondas mistas ( $\wedge$ );
  - ▶ Se  $K^{-2}$  for ainda mais alto, essa circulação também se torna **instável** e uma **circulação vacilante** ( $R2 > e^{\wedge}$ ) aparece.

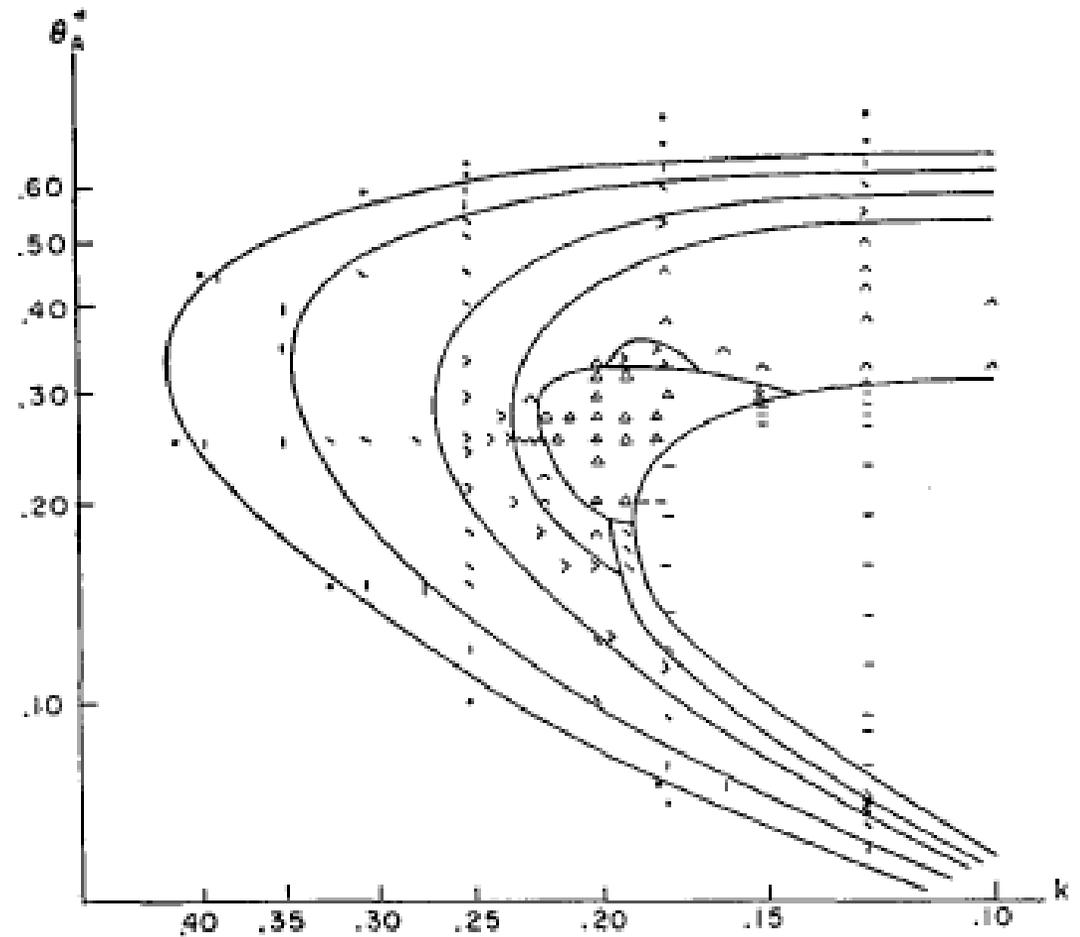


FIG. 4. Critical curves for transitions between regimes of flow. Coordinates are Taylor number and imposed thermal Rossby number. Location of each symbol indicates location of a single numerical solution. Type of symbol indicates regime of flow which occurs. Symbols  $\circ$  |  $\backslash$   $>$   $\wedge$   $\triangle$  denote, respectively, Hadley flow, Rossby flow of first mode, Rossby flow of mixed mode, Rossby flow of second mode, unsymmetric vacillation, symmetric vacillation, and irregular nonperiodic flow.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- ▶ Os regimes Hadley e os regimes Rossby de 1º modo (· e |) e de 2º modo (-) estão de acordo com a Figura 1;
- ▶ Como sugerido na seção anterior, a circulação de Rossby de 1º modo (|) é limitada à direita pela circulação de Rossby do modo misto (\).
- ▶ A circulação de Rossby de 2º modo (-) é, no entanto, limitada em parte por vacilações simétricas (^) e fluxo irregular ( $\Delta$ ).

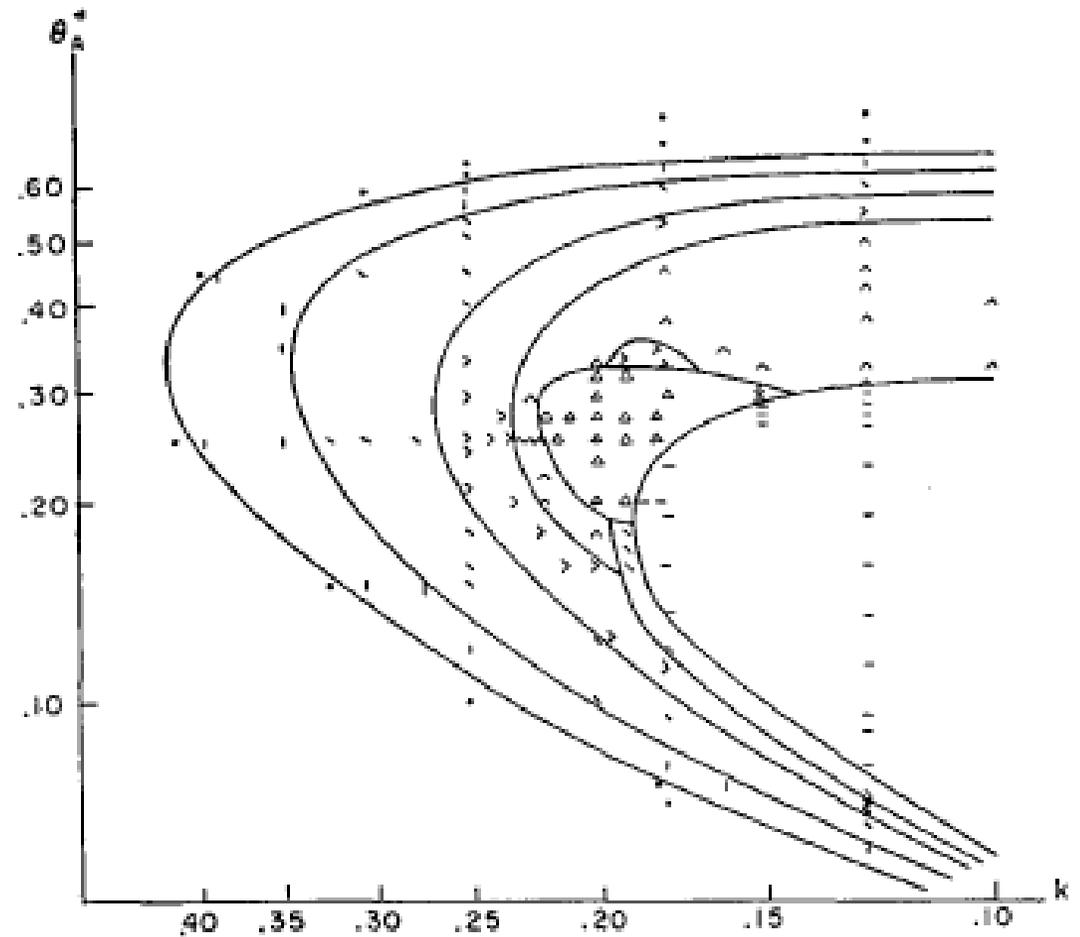


FIG. 4. Critical curves for transitions between regimes of flow. Coordinates are Taylor number and imposed thermal Rossby number. Location of each symbol indicates location of a single numerical solution. Type of symbol indicates regime of flow which occurs. Symbols  $\bullet$  | \ -  $\wedge$   $\Delta$  denote, respectively, Hadley flow, Rossby flow of first mode, Rossby flow of mixed mode, Rossby flow of second mode, unsymmetric vacillation, symmetric vacillation, and irregular nonperiodic flow.

# SOLUÇÕES NUMÉRICAS

- ▶ Talvez a característica mais notável da Fig. 4 seja o grande número de mudanças de regime que podem ocorrer quando o número de Rossby térmico e o número de Taylor variam em uma faixa bastante pequena;
- ▶ A existência de tantos regimes sugere algumas das dificuldades que se pode encontrar na tentativa de deduzir o clima, ou as propriedades estatísticas do fluxo, diretamente das equações que governam, sem recorrer à integração numérica.

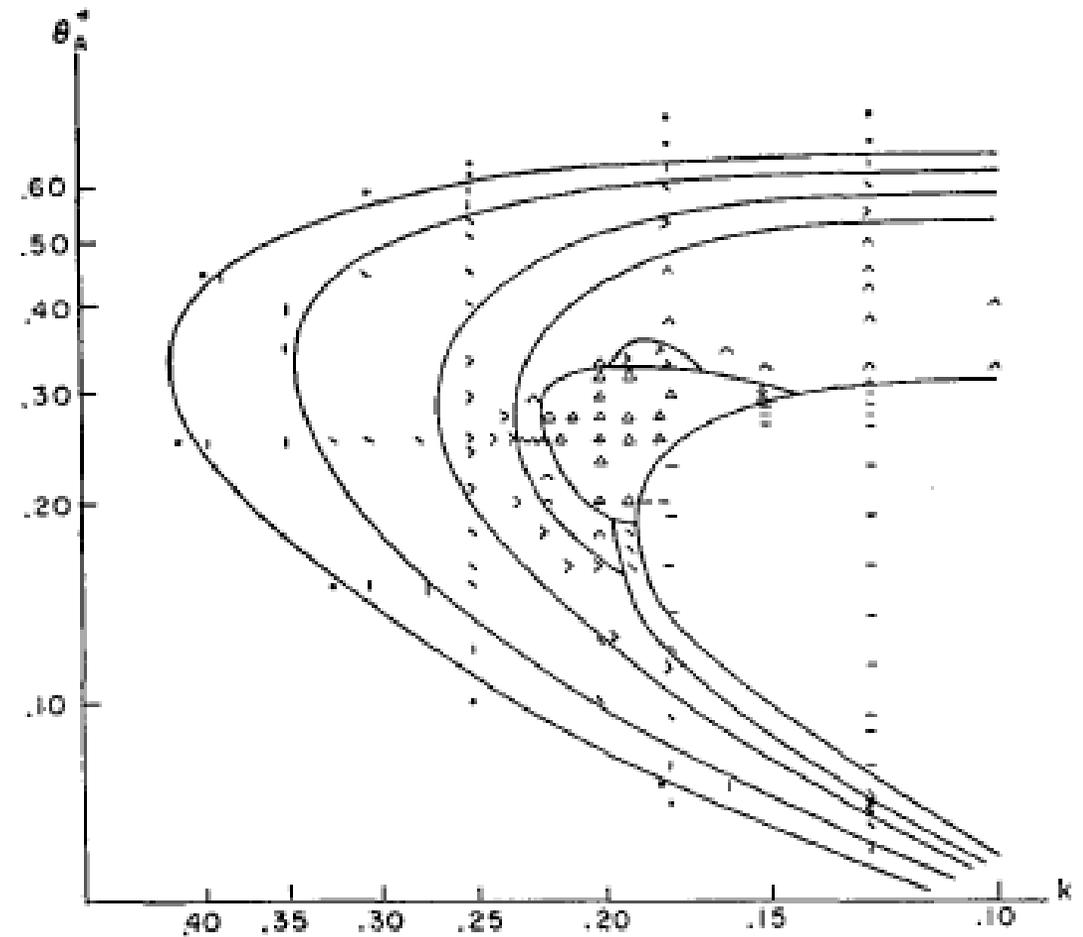


FIG. 4. Critical curves for transitions between regimes of flow. Coordinates are Taylor number and imposed thermal Rossby number. Location of each symbol indicates location of a single numerical solution. Type of symbol indicates regime of flow which occurs. Symbols  $\bullet$  | \ - >  $\wedge$   $\Delta$  denote, respectively, Hadley flow, Rossby flow of first mode, Rossby flow of mixed mode, Rossby flow of second mode, unsymmetric vacillation, symmetric vacillation, and irregular nonperiodic flow.

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

- ▶ Soluções analíticas podem ser obtidas para o fluxo nos regimes R0 e R1, mas soluções que representam os padrões de fluxo mais complicados são melhor obtidas por integrações numéricas;

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

- ▶ Soluções analíticas podem ser obtidas para o fluxo nos regimes R0 e R1, mas soluções que representam os padrões de fluxo mais complicados são melhor obtidas por integrações numéricas;
- ▶ Para um determinado  $\theta_A^*$  imposto, o fluxo se torna mais complicado à medida que o número de Taylor aumenta. As exceções ocorrem com números de Taylor muito altos, onde as equações se tornam irrealis por causa do truncamento.

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

- ▶ Soluções analíticas podem ser obtidas para o fluxo nos regimes R0 e R1, mas soluções que representam os padrões de fluxo mais complicados são melhor obtidas por integrações numéricas;
- ▶ Para um determinado  $\theta_A^*$  imposto, o fluxo se torna mais complicado à medida que o número de Taylor aumenta. As exceções ocorrem com números de Taylor muito altos, onde as equações se tornam irrealis por causa do truncamento.
- ▶ Em um modelo que admite muitos modos de oscilação, parece provável que o regime de fluxo continue a se tornar mais complicado, à medida que a taxa de rotação aumenta continuamente. Neste caso, o aparecimento inicial da vacilação, à medida que o número de Taylor aumenta pode ser atribuído à instabilidade do fluxo constante de Rossby.

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

- ▶ Soluções analíticas podem ser obtidas para o fluxo nos regimes R0 e R1, mas soluções que representam os padrões de fluxo mais complicados são melhor obtidas por integrações numéricas;
- ▶ Para um determinado  $\theta_A^*$  imposto, o fluxo se torna mais complicado à medida que o número de Taylor aumenta. As exceções ocorrem com números de Taylor muito altos, onde as equações se tornam irrealis por causa do truncamento.
- ▶ Em um modelo que admite muitos modos de oscilação, parece provável que o regime de fluxo continue a se tornar mais complicado, à medida que a taxa de rotação aumenta continuamente. Neste caso, o aparecimento inicial da vacilação, à medida que o número de Taylor aumenta pode ser atribuído à instabilidade do fluxo constante de Rossby.
- ▶ Se nossa hipótese estiver correta, o desaparecimento da vacilação, à medida que o número de Taylor aumenta ainda mais, pode ser atribuído à instabilidade do próprio movimento vacilante em relação a outros modos de oscilação.

OBRIGADA PELA ATENÇÃO!