

“A ROBUSTEZ DOS MODOS BAROTRÓPICOS INSTÁVEIS EM UMA ATMOSFERA ZONALMENTE VARIÁVEL”

The Robustness of Barotropic Unstable Modes in a Zonally Varying Atmosphere

ANDERSON, J.L., 1991: *THE ROBUSTNESS OF BAROTROPIC UNSTABLE MODES IN A ZONALLY VARYING ATMOSPHERE*. J. ATMOS. SCI., 48, 2393–2410.

Divisão do artigo

1. Introdução
2. Instabilidade da média climatológica de janeiro
 - a) O problema do autovalor
 - b) Detalhes do modelo e conjunto de dados
 - c) Os modos mais instáveis
3. O que faz um modo importante?
4. Sensibilidade do problema de instabilidade
 - a) Sensibilidade ao truncamento do modelo
 - b) Sensibilidade a difusão do modelo
 - c) Sensibilidade ao estado básico
 - d) Fluxos realisticamente perturbados de Janeiro
5. Discussão e conclusões
6. Referências

1. Introdução

- ❖ Estudos da variabilidade de baixa-frequência na atmosfera
 - => escalas de tempo maiores que um mês
- ❖ Explicação dinâmica Simmons et al 1983 (SWB)
 - => problema de instabilidade dos modos normais num modelo barotrópico linearizado em torno de um fluxo zonalmente variável
 - => usaram a média temporal climatológica de janeiro em 300mb como estado básico
 - => várias forçantes locais
 - => principais resultados:
 - * padrões similares resultantes de distintas forçantes
 - * alguns eram qualitativamente parecidos com os padrões de teleconexões mais conhecidos (Wallace e Gutzler, 1981)
 - * energética dos modos: *“much of the low-frequency variability of the Northern Hemisphere wintertime general circulation is associated with disturbances which derive their energy from the basic state through barotropic instability.”*
- ❖ Frederiksen (1983) analisou a instabilidade em 3D (similar a SWB mas num modelo multi-nível)

❖ Efeito de uma forçante localizada num modelo barotrópico linearizado:

=> a linearização do modelo precisa ser feita em torno de um fluxo zonalmente variável para que o efeito da forçante possa ser reproduzido como na atmosfera real ou nos modelos de GCM

❖ Problema da instabilidade barotrópica: produção de muitos modos (alta e baixa frequência, localizado e global)

=> alguns modos devem ser mais importantes

❖ SWB: seleciona os modos mais importantes com base na escala de tempo de decaimento (*e-folding*)

❖ Este artigo: a robustez do modo normal linear é um fator importante para a determinação de quais modos são mais significantes para a variabilidade de baixa frequência da atmosfera

❖ Então os modos que são muito sensíveis a pequenas mudanças no campo do estado básico ou nos parâmetros do modelo barotrópico não serão considerados importantes

2. Instabilidade da média climatológica de janeiro

$$\bar{\psi}(\lambda, \theta)$$



a) O problema do autovalor

❖ Resultante da linearização da equação da vorticidade barotrópica na esfera, em torno de um estado básico:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi + \beta y) = 0 \quad (2.1)$$

ψ é a função de corrente

β é o gradiente latitudinal do parâmetro de Coriolis

∇^2 é o Laplaciano horizontal esférico

$J(\)$ é o Jacobiano esférico

$$J(A, B) = (a^2 \cos\theta)^{-1} \left(\frac{\partial A}{\partial \lambda} \frac{\partial B}{\partial \theta} - \frac{\partial A}{\partial \theta} \frac{\partial B}{\partial \lambda} \right)$$

a é o raio da Terra

θ é a latitude

λ é a longitude

$y = a \sin\theta$

2. Instabilidade da média climatológica de janeiro

a) O problema do autovalor

❖ Resultante da linearização da equação da vorticidade barotrópica na esfera, em torno de um estado básico:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi' + J(\bar{\psi}, \nabla^2 \psi') + J(\psi', \nabla^2 \bar{\psi} + \beta y) = 0. \quad (2.3)$$

ψ' é uma pequena perturbação do estado básico

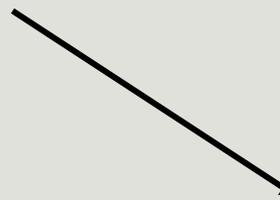
2. Instabilidade da média climatológica de janeiro

a) O problema do autovalor

❖ Resultante da linearização da equação da vorticidade barotrópica na esfera, em torno de um estado básico:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi' + J(\bar{\psi}, \nabla^2 \psi') + J(\psi', \nabla^2 \bar{\psi} + \beta y) = 0. \quad (2.3)$$

$$\psi' = \text{Re}\{\hat{\psi} e^{-i\omega t}\}$$

- 
- * Solução para os modos normais
 - * Problema de autovalor/autovetor

2. Instabilidade da média climatológica de janeiro

a) O problema do autovalor

❖ Resultante da linearização da equação da vorticidade barotrópica na esfera, em torno de um estado básico:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi' + J(\bar{\psi}, \nabla^2 \psi') + J(\psi', \nabla^2 \bar{\psi} + \beta y) = 0. \quad (2.3)$$

$$\psi' = \text{Re}\{\hat{\psi} e^{-i\omega t}\}$$

*Solução para os modos normais
*Problema de autovalor/autovetor

$$e^{i\omega t} R(\lambda, \theta) \cos[\omega_r t - S(\lambda, \theta)]$$

*Forma do modo
em um ponto da esfera

2. Instabilidade da média climatológica de janeiro

a) O problema do autovalor

❖ Resultante da linearização da equação da vorticidade barotrópica na esfera, em torno de um estado básico:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi' + J(\bar{\psi}, \nabla^2 \psi') + J(\psi', \nabla^2 \bar{\psi} + \beta y) = 0. \quad (2.3)$$

$$\psi' = \text{Re}\{\hat{\psi} e^{-i\omega t}\}$$

* Solução para os modos normais
* Problema de autovalor/autovetor

$$e^{i\omega t} R(\lambda, \theta) \cos[\omega_r t - S(\lambda, \theta)]$$

* Magnitude local

* Fase local

* Forma do modo
em um ponto da esfera

b) Detalhes do modelo e conjunto de dados

- ❖ Truncamento triangular
- ❖ Harmônicos esféricos
- ❖ Modelo barotrópico não divergente
- ❖ Usa técnica da transformada
- ❖ Difusão: $\eta=2 \times 10^{16} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$; $\eta=1 \times 10^{16} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$

- ❖ Função de corrente climatológica como estado básico
- ❖ Dados ECMWF (janeiro de 1980 a dezembro de 1987)
=> médias para cada janeiro e para os 8 janeiros
- ❖ Versão T21 do modelo barotrópico para analisar as instabilidades dos modos normais da climatologia de janeiro (média dos 8 janeiros)
- ❖ Igual SWB, exceto por η e detalhes do estado básico

c) Os modos mais instáveis

Função de corrente (8 janeiros)

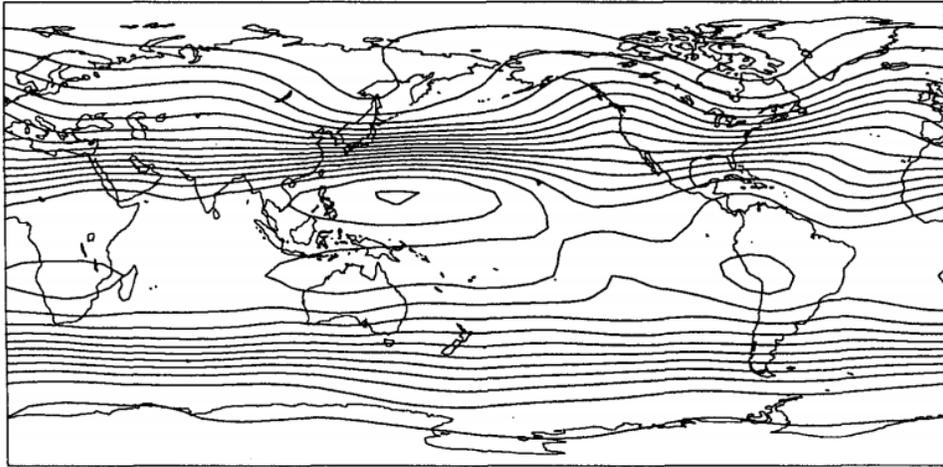


FIG. 2. Streamfunction pattern for January time mean with contour interval $10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

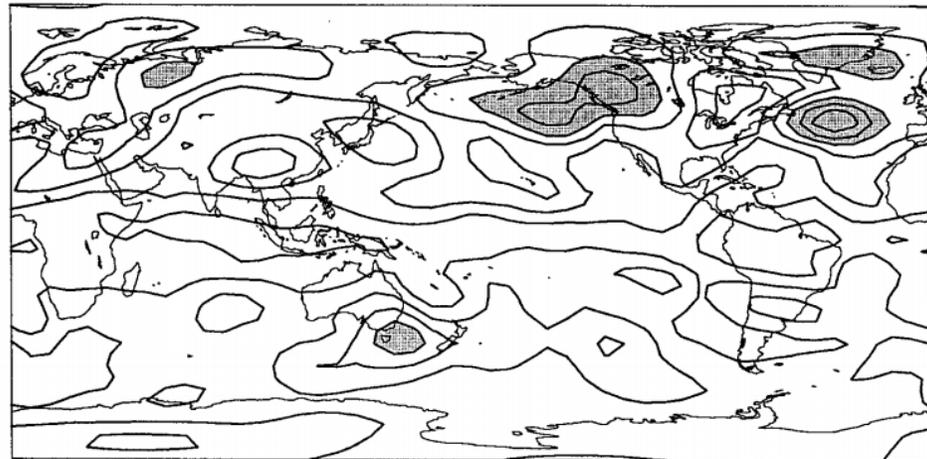


FIG. 6. Standard deviation of eight individual January time-mean fields from eight-year January time mean. Contour interval is $2 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ with values greater than $10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ stippled.



Taxa de crescimento (ω_i) x frequência (ω_r)

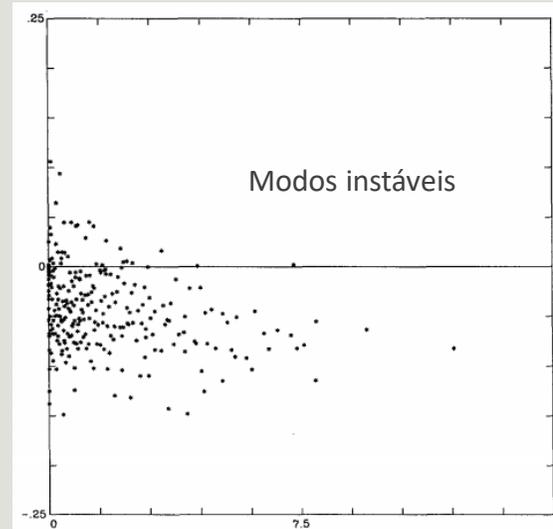


FIG. 3. Growth-frequency plot of eigenvalues of January time-mean basic state shown in Fig. 2. Horizontal axis is frequency, ω_r , and vertical axis is reciprocal of growth rate, ω_i , both with units of 10^{-3} s^{-1} .



Modos mais instáveis

TABLE 1. Eigenvalues and corresponding e -folding times and periods of the three most unstable T21 modes of the eight-year January mean climatology. Modes are labeled to relate their eigenvector patterns to similar patterns for the T56 case. All eigenvalues are times 10^{-6} s^{-1} ; e -folding times and periods have units of days.

Eigenvalue	e -folding time	Period	Label
$0.7180 + 1.042i$	11.11	101.28	B
$3.466 + .9143i$	12.66	20.98	A
$2.271 + .6122i$	18.91	32.02	C

Contorno: R (magnitude local)

Setas: S (fase local)

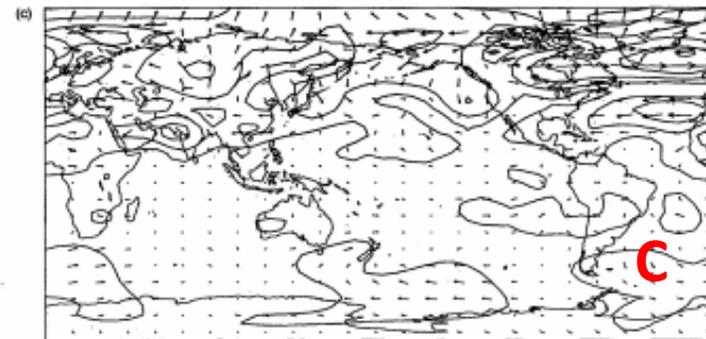
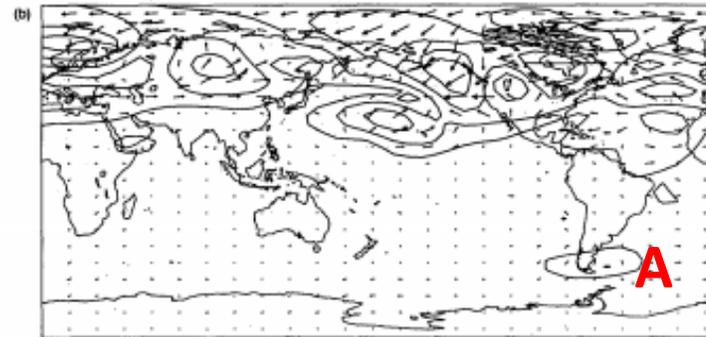
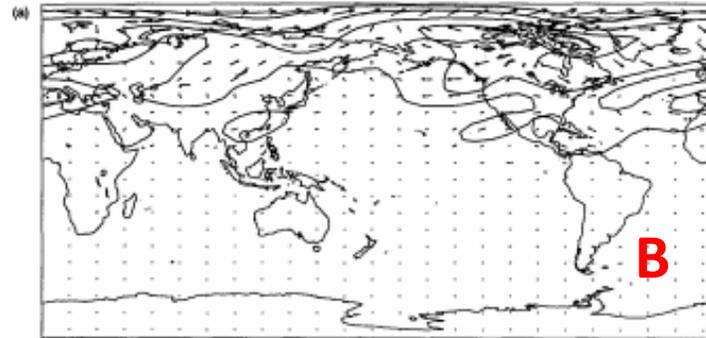


FIG. 1. Phase-magnitude plots for the three most unstable T21 modes of the January time mean basic state ordered from largest to smallest growth rate. Contours are local magnitude of the eigenvector with interval one-fifth of the maximum magnitude. Arrows give local phase of eigenvector; see text for details. Mode labels are B (a), A (b), and C (c). Corresponding eigenvalues are found in Table 1.

- * Modo mais instável
- * Modo polar norte de longo período (101.28 dias)
- * Não aparece em SWB ⇔ já indica a sensibilidade do problema

- * Similar a uma combinação dos modos de SWB
- * Similar ao padrão da PNA

- * Dominado por um forte dipolo norte-sul no Atlântico e centros mais fracos no Alasca e Ásia central
- * Similar a uma combinação dos modos de SWB
- * Remanescente do padrão leste Atlântico (WG, 1981)

3. O que faz um modo importante?

❖ Vários critérios: combinação!

❖ SWB: taxa de crescimento do modo é o fator dominante para a importância do mesmo
=> o modo B não aparece usando apenas este critério

❖ Efeito de forçantes externas
=> alguns modos são diretamente excitados por alguns padrões anômalos de forçantes externas
=> ex: SST

❖ Equilíbrio não linear
=> energia do estado básico é finita, então os efeitos não lineares vão eventualmente acabar com o crescimento de algum modo instável

❖ Robustez: definida como a sensibilidade do modo normal à mudanças nos parâmetros do modelo e variações no estado básico assumido da atmosfera
=> mudanças drásticas quando um parâmetro varia \Leftrightarrow este modo não é muito real na atmosfera
=> análise da sensibilidade dos modos do *estado básico* de janeiro a mudanças no truncamento do modelo e no parâmetro de difusão

* Verdadeiro estado básico? A média no tempo é apenas uma aproximação; O estado básico verdadeiro varia lentamente no tempo; Para modos normais de fenômenos de baixa frequência a média no tempo tá ok!

=> **mais sensível** \Leftrightarrow **menos importante**

4. Sensibilidade do problema de instabilidade

a) Sensibilidade ao truncamento do modelo

- ❖ Tempo computacional e armazenamento
- ❖ Função de corrente do estado básico fixa na tradicional T21
- ❖ Variação do truncamento do modelo: T21 a T26 e T31, T36, T41, T42, T49 e T56

Apenas os cinco modos mais instáveis

Todos modos instáveis

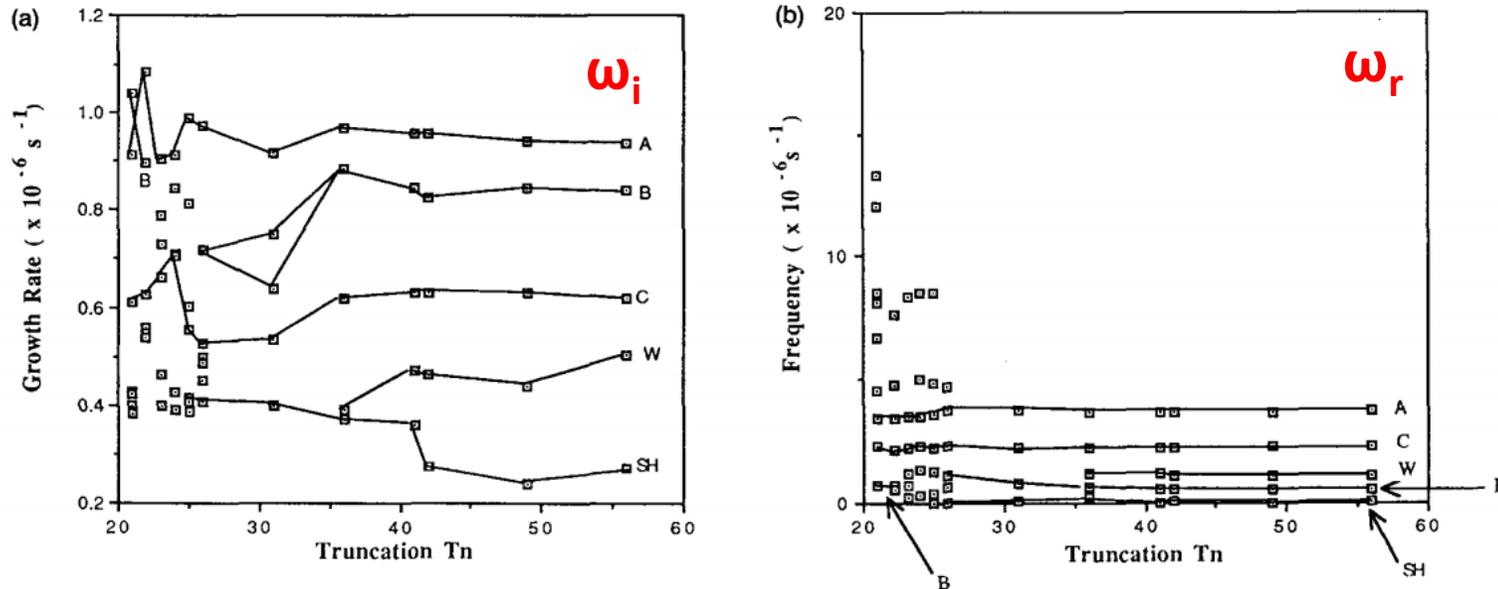


FIG. 4. Growth rate versus model truncation (a) and frequency versus model truncation (b) for January time-mean normal modes of a fixed T21 basic state with e -folding times greater than 30 days. Lines connect modes A, B, C, W, and SH, which are distinguished by their eigenvector patterns and frequency.

- * As linhas conectam os mesmos modos
- * Maior que T42 convergência
- * Menor que T25 SH some; W some quando menor que T36
- * Taxa de crescimento de B varia quando menor que T42
- * Modos A e C menos sensíveis (mais robustos)
- * Pequeno truncamento: muitos modos; somem depois

T56

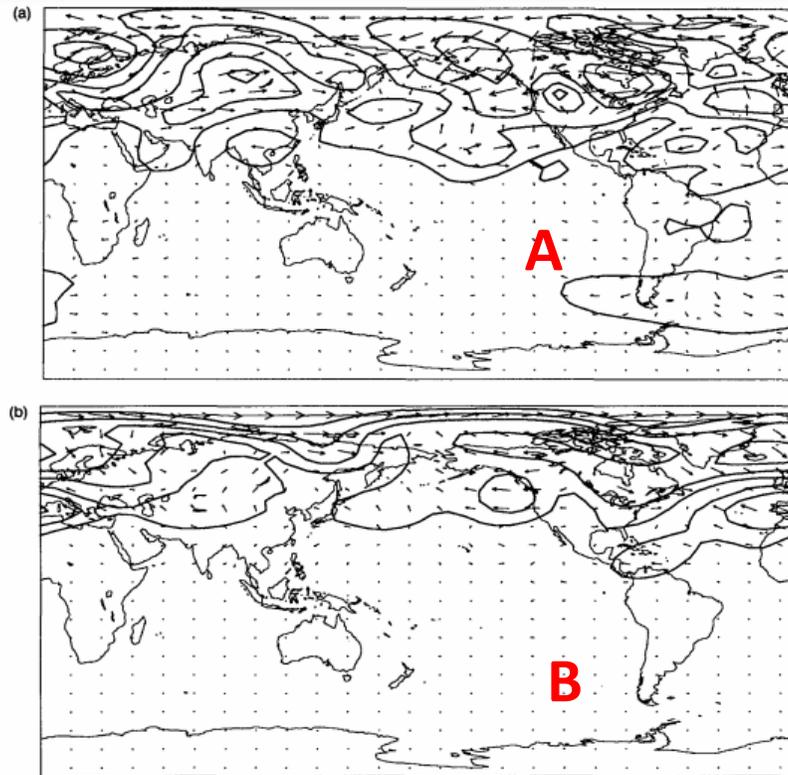


FIG. 5. Phase-magnitude plots for five most unstable modes of a T56 model for January time mean resolved at T21, listed from most (a) to least (e) unstable. Mode labels are A (a), B (b), C (c), W (d), and SH (e).

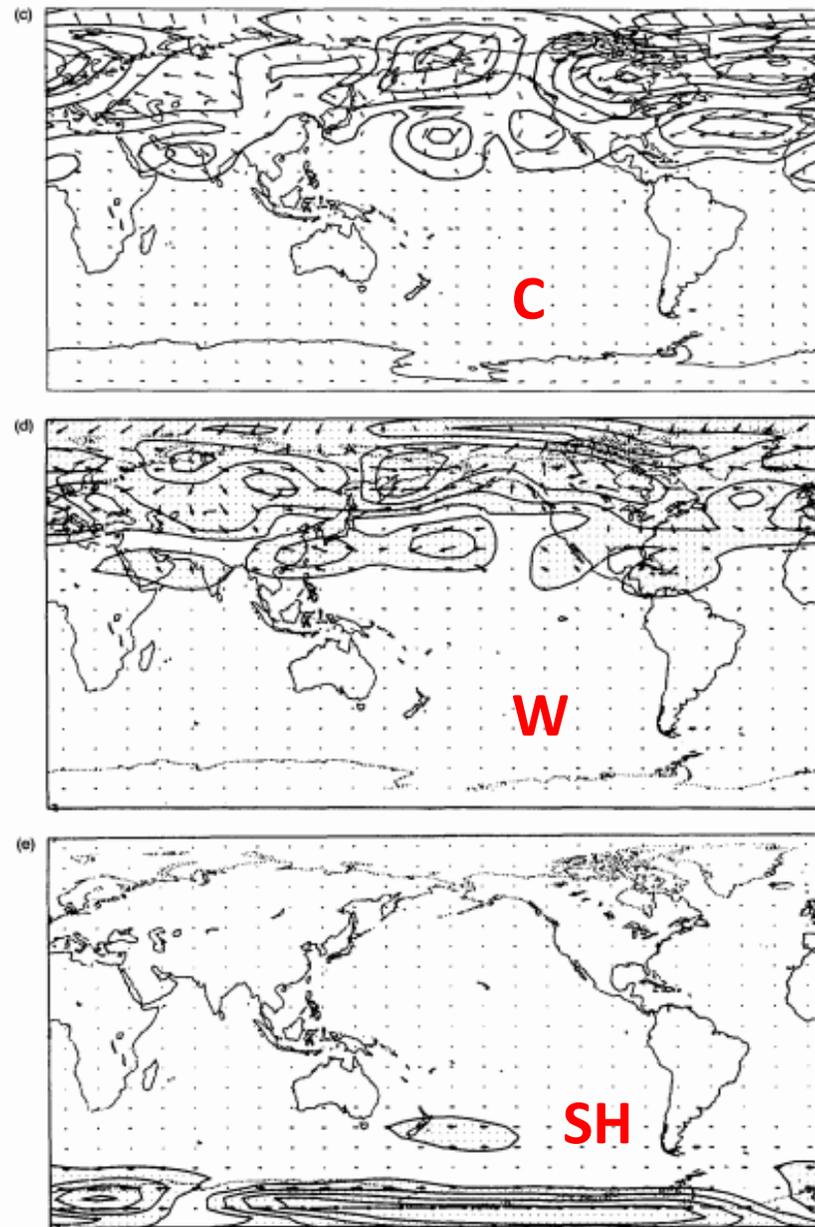


FIG. 5. (Continued)

- * Comparação com o desvio padrão (fig 6)
- * A e C parecem mais \leftrightarrow provavelmente são os mais significantes na atmosfera real

b) Sensibilidade a difusão do modelo

❖ Literatura: maiores valores de η fariam os resultados de T21 serem mais parecidos com T42
=> não pode ser generalizado

❖ Testes:

$$\eta=0$$

$$\eta=1 \times 10^{17} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$$

$$\eta=2 \times 10^{16} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$$

TABLE 3. Eigenvalues of three most unstable January modes for the zero diffusion, normal diffusion ($\eta = 2.0 \times 10^{16} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$), and high diffusion ($\eta = 1.0 \times 10^{17} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$) T21 model. Labels relate mode eigenvector patterns to similar patterns of the normal diffusion T56 model. All values are times 10^{-6} s^{-1} .

Label	Zero diffusion	Normal diffusion	High diffusion
B	$0.6089 + 1.182i$	$0.7180 + 1.042i$	$1.135 + 0.3578i$
A	$3.418 + 1.060i$	$3.466 + 0.9143i$	$3.947 + 0.4911i$
C	$2.432 + 0.6780i$	$2.271 + 0.6122i$	$2.113 + 0.2040i$

* C e A são os mais robustos

c) Sensibilidade ao estado básico

- ❖ Perturbações
- ❖ Matriz de sensibilidade (método no apêndice)
- ❖ Permite criar mapas de sensibilidade
- ❖ A e C tem aprox. a mesma sensibilidade; B é o mais sensível

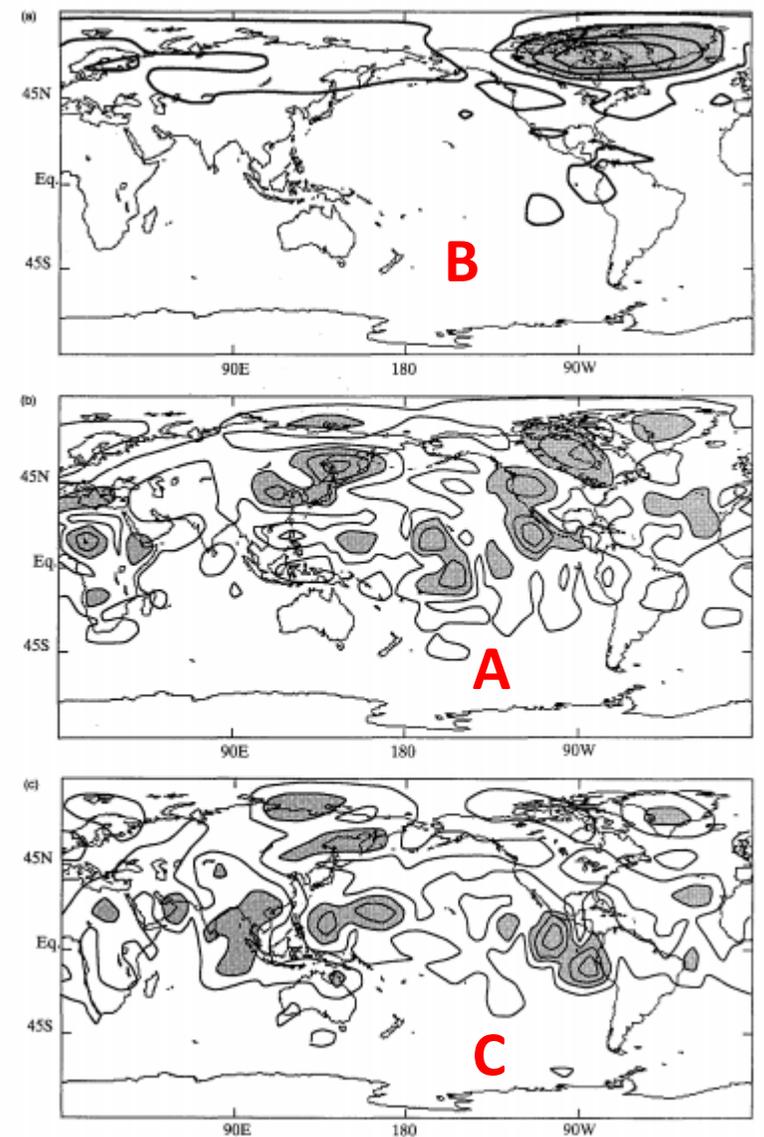


FIG. 8. Sensitivity of unstable eigenvalue amplitude to local perturbations in streamfunction for modes B (a), A (b), and C (c) of T21 January time-mean flow. Contour interval is one-fifth of maximum value and areas greater than two-fifths are stippled.

d) Fluxos realisticamente perturbados de Janeiro

❖ Quão robusto o fluxo médio de janeiro para T42 é para variações realistas no estado básico

❖ A e C persistem

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_{mn} \\ \psi &= \psi_{mn} + 0.25(\psi_{85} - \psi_{mn}) \\ \psi &= \psi_{mn} + 0.5(\psi_{85} - \psi_{mn}) \\ \psi &= \psi_{85},\end{aligned}$$

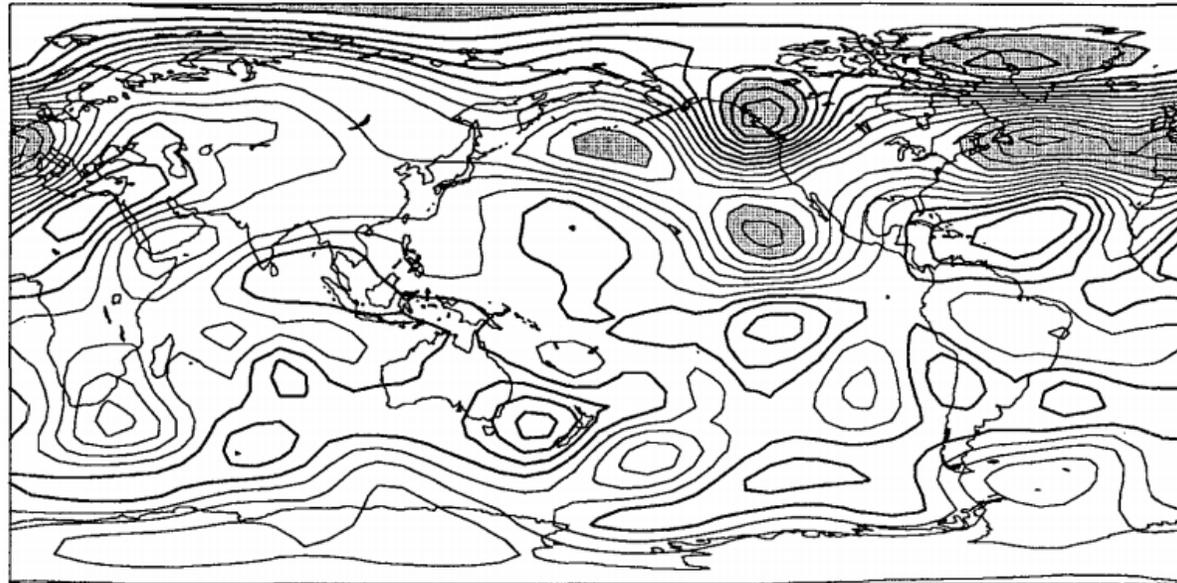


FIG. 9. Difference field between January 1985 and January mean streamfunctions with contour interval $2.0 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ and areas of absolute value greater than $10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ stippled. Light contours are negative values while heavy contours are zero and positive values.

5. Discussão e conclusões

- ❖ T21 é insuficiente para convergência do problema de autovalores
- ❖ Maior valor de η faz os modos de T21 se parecerem mais com os de T56, em relação a menores valores de η
- ❖ Grandes valores locais de sensibilidade podem ser indicadores de instabilidade barotrópica
- ❖ Para o modo normal ser significativo na atmosfera ele deve ser robusto

6. Referências

REFERENCES

- Anderson, J. L., 1990: Low frequency variability and the instability of zonally varying atmospheric flows. Ph.D. thesis, Princeton University, 241 pp.
- Andrews, D. G., 1984: On the stability of forced non-zonal flows. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **110**, 657–662.
- Branstator, G., 1983: Horizontal energy propagation in a barotropic atmosphere with meridional and zonal structure. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1689–1708.
- , 1985a: Analysis of general circulation model sea-surface temperature anomaly simulations using a linear model. Part I: Forced solutions. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 2225–2241.
- , 1985b: Analysis of general circulation model sea-surface temperature anomaly simulations using a linear model. Part II: Eigenanalysis. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 2242–2254.
- , 1987: A striking example of the atmosphere's leading traveling pattern. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2310–2323.
- Coaker, S. A., 1977: The stability of a Rossby wave. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **9**, 1–17.
- Deif, A. S., 1982: *Advanced Matrix Theory*. Halsted Press, 457 pp.
- Egger, J., 1988: Forced Rossby waves in observed background flows. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 2176–2186.
- Frederiksen, J. S., 1983a: Disturbances and eddy fluxes in Northern Hemisphere flows: Instability of three-dimensional January and July flows. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 836–855.
- , 1983b: A unified three-dimensional instability theory of the onset of blocking and cyclogenesis. II: Teleconnection patterns. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 2593–2609.
- , and R. C. Bell, 1987: Teleconnection patterns and the roles of baroclinic, barotropic, and topographic instability. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2200–2218.
- Geisler, J. E., M. L. Blackmon, G. T. Bates and S. Munoz, 1985: Sensitivity of January climate response to the magnitude and position of equatorial Pacific sea-surface temperature anomalies. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 1037–1049.
- Gill, A. E., 1974: The stability of planetary waves on an infinite beta-plane. *Geophys. Fluid Dyn.*, **6**, 29–47.
- Goldhirsch, L., S. A. Orszag and B. K. Maulik, 1987: An efficient method for computing leading eigenvalues and eigenvectors of large asymmetric matrices. *J. Sci. Comput.*, **2**, 33–58.
- Held, I. M., and I.-S. Kang, 1987: Barotropic models of the extratropical response to El Niño. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 3576–3586.
- Kushnir, Y., 1987: Retrograding wintertime low-frequency disturbances over the north Pacific Ocean. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2727–2742.
- Lau, K.-M., and H. Lim, 1984: On the dynamics of equatorial forcing of climate teleconnections. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 161–176.
- Legras, B., and M. Ghil, 1985: Persistent anomalies, blocking, and variations in atmospheric predictability. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 433–471.
- Lorenz, E. N., 1972: Barotropic instability of Rossby wave motion. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 258–264.
- Machenhauer, B., 1980: The spectral method. *Numerical Methods Used in Atmospheric Models, Vol. II*, GARP, 121–275.
- Mied, R. P., 1978: The instabilities of finite-amplitude barotropic Rossby waves. *J. Fluid Mech.*, **86**:2, 225–246.
- Puri, K., and W. Bourke, 1974: Implications of horizontal resolution in spectral model integrations. *Mon. Wea. Rev.*, **102**, 333–347.
- Simmons, A. J., J. M. Wallace and G. W. Branstator, 1983: Barotropic wave propagation and instability, and atmospheric teleconnection patterns. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1363–1392.
- Verkley, W. T. M., 1987: Stationary barotropic modons in westerly background flows. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2383–2398.
- Wallace, J. M., and D. S. Gutzler, 1981: Teleconnections in the geopotential height field during the Northern Hemisphere winter. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 784–812.
- Zhang, Z., 1988: The linear study of zonally asymmetric barotropic flows. Ph.D. thesis, University of Reading, 169 pp.