Coordenadas esféricas

http://www.met.wau.nl/education/atd/Practical../unit%202/Coord.html

Transformação de coordenadas

- Na teoria, as equações são derivadas utilizando o sistema de coordenadas cartesiano (x,y,z); mas as variáveis locais em modelos numéricos estão normalmente distribuídas em uma grade (supondo que a Terra é uma esfera perfeita), utilizando-se as coordenadas esféricas (λ,ϕ,z), onde
  - λ é a longitude (0º a 360º ou 0 a 2π radianos),
  - ϕ é a latitude (-90º a +90º ou $-\pi/2$ a $+\pi/2$ radians), e
  - z é a altitude ou altura acima d superfície (m)

- Nem todos os modelos utilizam estas coordenadas. Por exemplo, a pressão pode ser usada como coordenada vertical ao invés da altura…

- Portanto, para se utilizar dados fornecidos e uma grade de latitude e longitude, é preciso transformar as equações do sistema (x,y,z) para o sistema (λ,ϕ,z). Esta transformação é dada no Holton.

Coordenada	Símbolo	Componente da velocidade	Vetor unitário
Longitude	λ	u	**i**
Latitude	φ	v	**j**
Raio / altura	r / z	w	**k**

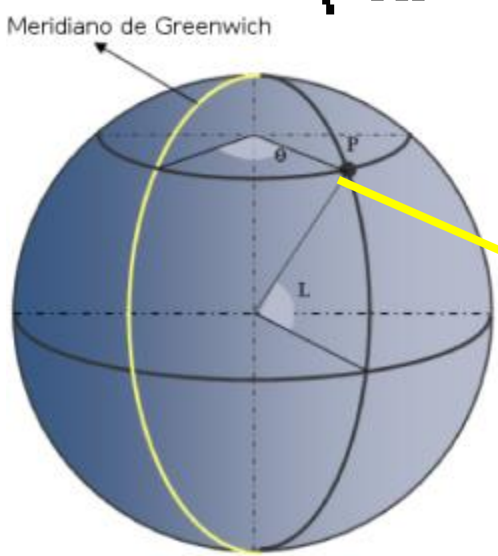
The gradient of a scalar Φ

Cartesian coordinates

Spherical coordinates

$$\vec{\nabla}\Phi = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)$$

$$\vec{\nabla}\Phi = \frac{\vec{i}}{r\cos\phi}\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \vec{j}\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \phi} + \vec{k}\frac{\partial \Phi}{\partial r}$$



$\Delta\lambda$	Δx
360º long	$2\pi r\cos\varnothing$

$\Delta x = (r\cos\varnothing)(2\pi/360º) * \Delta\lambda$

$\Delta\varnothing$	Δy
360º lat	$2\pi r$

$\Delta y = r\,(2\pi/360º) * \Delta\varnothing$

The horizontal divergence of a vector V

Cartesian coordinates

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

Spherical coordinates

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{1}{r\cos\phi}\left[\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v\cos\phi)}{\partial \phi}\right]$$

The vorticity (vertical component of the rotation vector)

Cartesian coordinates

$$\zeta = \vec{k} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{V} \right) = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

Spherical coordinates

$$\zeta = \vec{k} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{V} \right) = \frac{1}{r \cos\phi} \left[\frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial \left(u \cos\phi \right)}{\partial \phi} \right]$$

The horizontal Laplacian of a scalar Φ

Cartesian coordinates **Spherical coordinates**

$$\vec{\nabla}_h^2 \Phi = \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right]$$

$$\vec{\nabla}_h^2 \Phi = \frac{1}{r^2 \cos^2 \phi} \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda^2} + \cos\phi \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\cos\phi \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) \right]$$

The horizontal advection of a scalar Φ

Cartesian coordinates	Spherical coordinates

$$-\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\Phi = -\left[u\frac{\partial\Phi}{\partial x} + v\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right]$$

$$-\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\Phi = -\frac{1}{r}\left[u\frac{\partial\Phi}{\cos\phi\cdot\partial\lambda} + v\frac{\partial\Phi}{\partial\phi}\right]$$

$$\vec{\nabla}\Phi = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}, \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right)$$

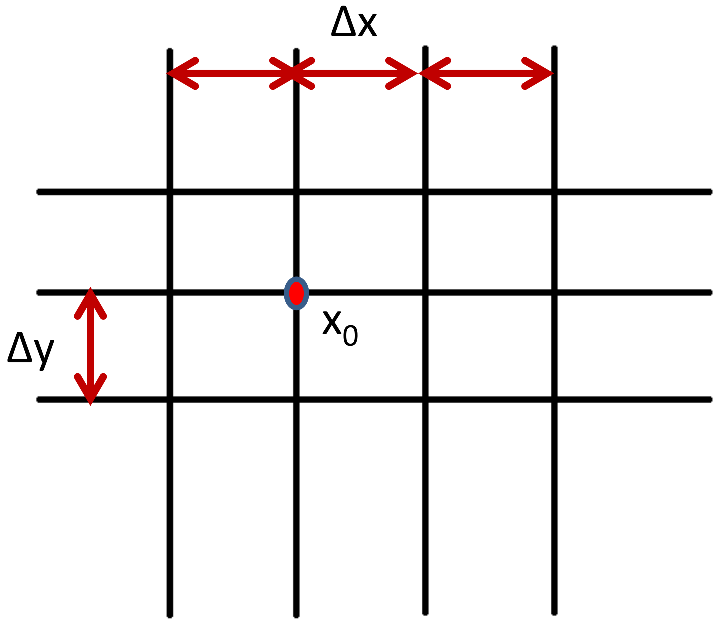
$$\vec{\nabla}\Phi = \frac{\vec{i}}{r\cos\phi}\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} + \vec{j}\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\phi} + \vec{k}\frac{\partial\Phi}{\partial r}$$

COMO CALCULAR O GRADIENTE HORIZONTAL DE TEMPERATURA NO GRADS?

Aproximação de derivadas utilizando o método de diferenças finitas centradas

$$\nabla T = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \cancel{\frac{\partial T}{\partial z}}\right)$$

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}.$$



CDIFF

- **cdiff(*expr,dim*)**
- Realiza uma operação de diferença centrada sobre a *expr* na direção especificada pela *dim*. A diferença é feita no espaço de grade e nenhum ajuste é feito para grades de espaços desiguais. O valor resultante em cada ponto de grade é o valor no ponto de grade mais um menos o valor no ponto de grade menos um. O argumento *dim* especifica a dimensão sobre a qual a diferença será tomada e deve ser um simples caractere: X, Y, Z, ou T.
- O valor resultante nas bordas da grade são fixados para ausentes.

http://www.cptec.inpe.br/ManualGrADS/gradfunccdiff.html

Dados em lat e lon em graus

- Define r = 6.371e6 (raio da Terra em m)
- Define g2r = 3.1416/180 (transforma graus em radianos)
- Define latr = lat*g2r (latitude em radianos)
- Define lonr = lon*g2r (longitude em radianos)
- define dx = r *cos(latr)* cdiff(lonr,x)
- define dy = r * cdiff(latr,y)
- Define dtx = cdiff (t,x)
- Define dty = cdiff(t,y)
- Define gradtx = dtx/dx
- Define gradty = dty/dy
- Display (gradtx, gradty)

$$\vec{\nabla}\Phi = \frac{\vec{i}}{r\cos\phi}\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} + \vec{j}\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\phi}.$$